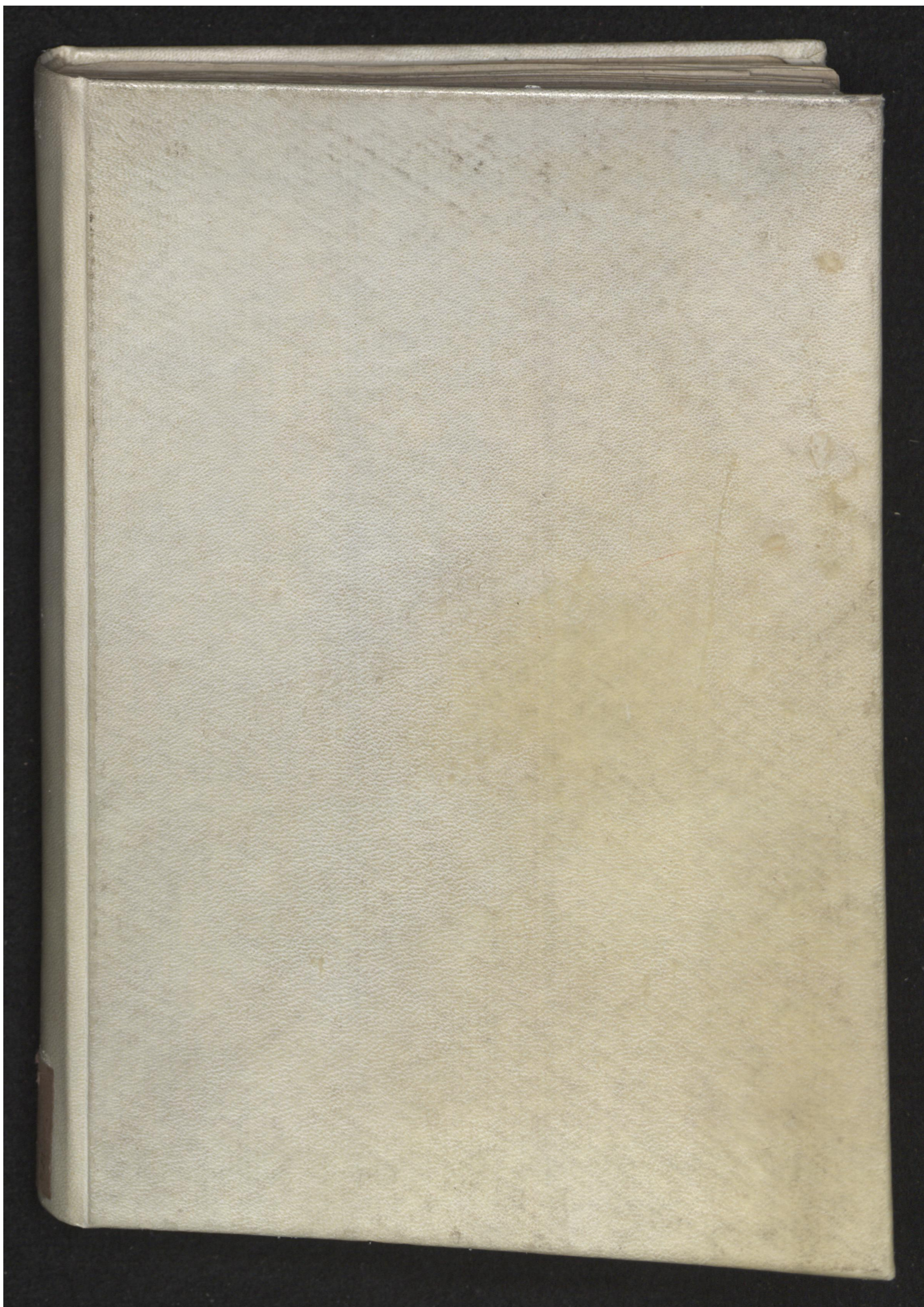
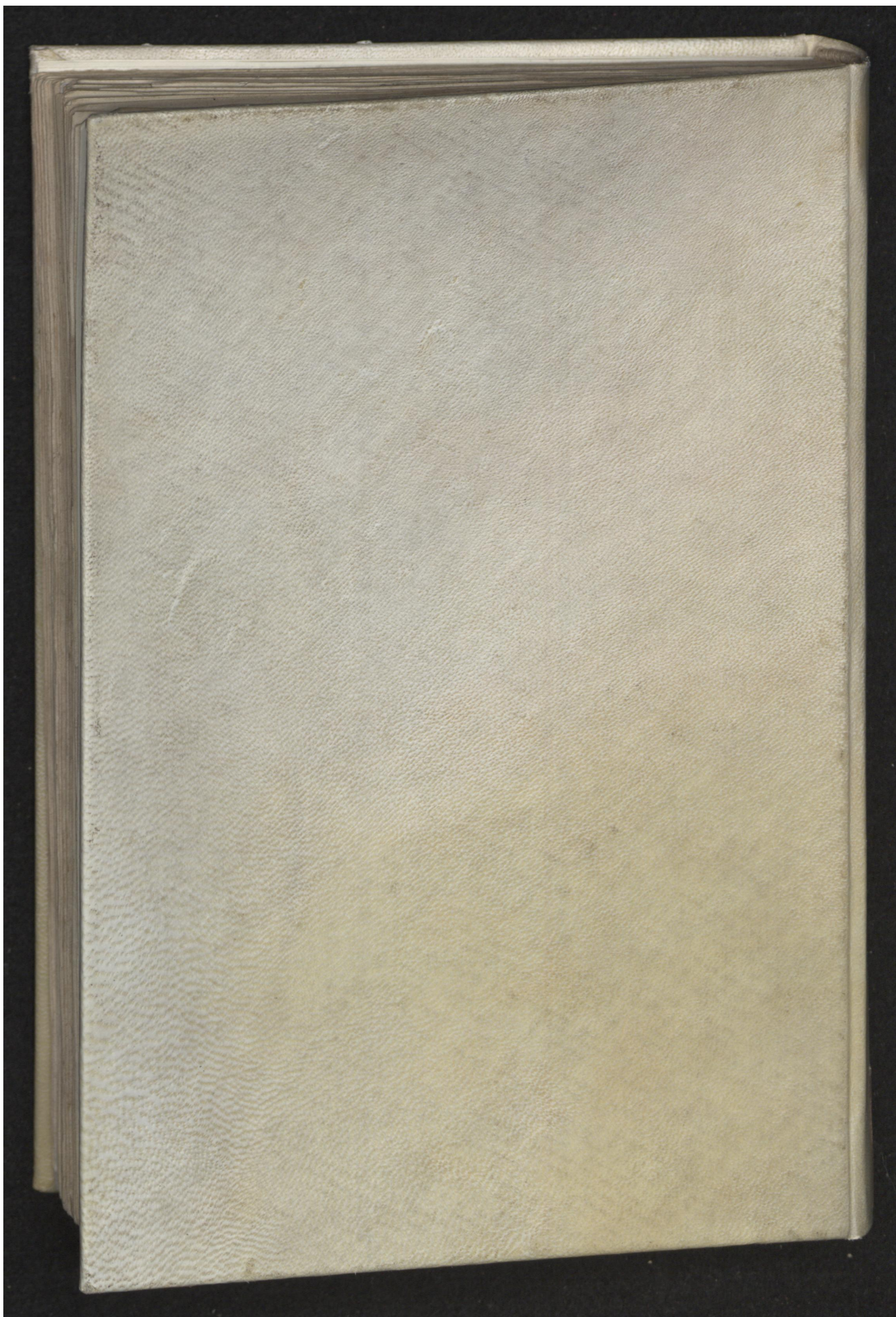
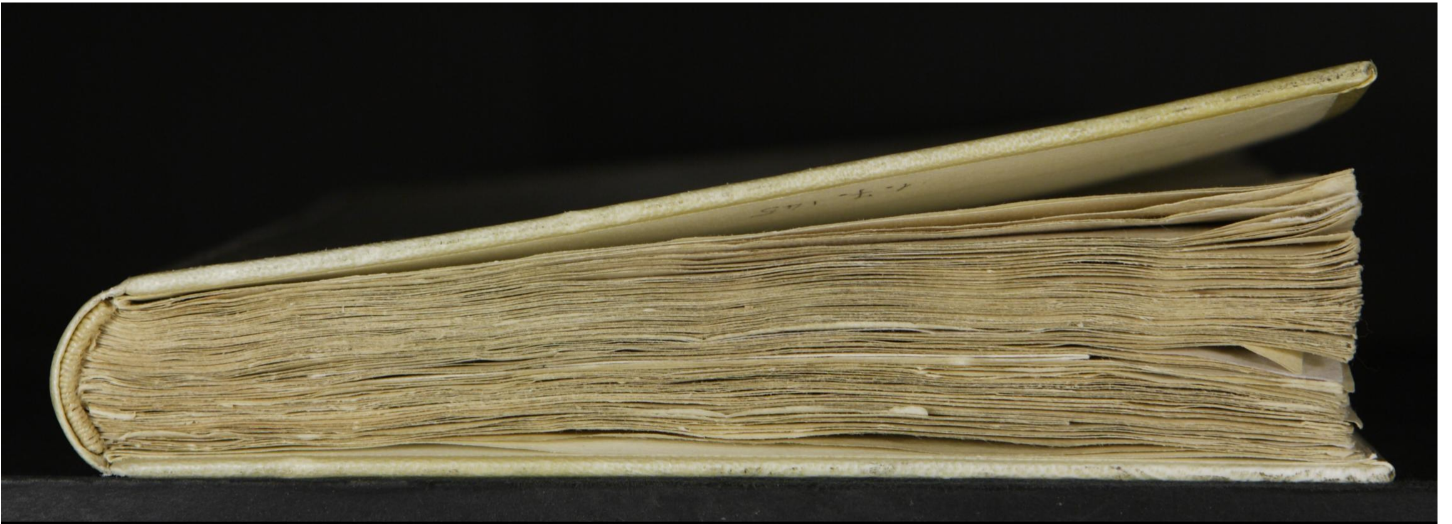



1
7
145





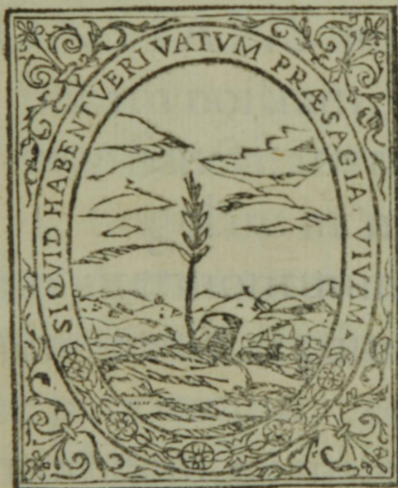




MARINI GHETALDI PATRITII RAGVSINI

APOLLONIVS REDIVIVVS SEV RESTITVTAE APOLLONII PERGAEI *De Inclinationibus Geometriæ.*

LIBER SECVNDVS.



VENETIIS, MDCXIII.

APVD BARETIVM BARETIVM.

Superiorum permissu.

retur tantæ maiestati sisti, fretus peruetusto, ac celebri nomine Apollonij Pergæi cognomento magni Geometræ, quem rediuiuum exhibet: Et vaticinatur sibi Sanctitatem tuam ex eo nonnihil velut in transitu delibaturam, cum totius regendæ Ecclesiæ graui pondere defessus, ad aliquam intenti animi relaxationem etiam hoc studiorum genus in secretum tuum admiseris. Iampridem animi voto Sanctitatis tuę beatissima vestigia exosculatus sum, non modo dignitatem tuam in te; sed te in dignitate tua veneratus. Nunc meæ deuotionis donarium hoc supplex fastigio tuo destinaui; digniori monumento, si suppetet, adoraturus.

Ragusæ Kal. Aug. Anno tui Pontificatus nono.



AD LECTOREM.





EPTENNIVM iam ferme eſt, Amice Lector, ex quo Apollonium Pergæum è tenebrarum orco erutum, luci & Mundo rediuiuum ex parte reſtitui, ex parte inquam, quia, cum duo fuerint Libri ab eo de Inclinationibus conſcripti, quinque Problemata vniuerſalia continentes, primus tantum, cui quatuor priora inerant, à me tunc editus fuit, ſecundo, qui quintum complectebatur, ob eas, quas in fine illius opuſculi attuli, rationes, in opportunam magis occaſionem dilato. Exciderat mihi ſane, fateor, ab eo tempore omnis de quinti Problematis ſolutione memoria, dum me ipſum priuatis publicisque negotijs difficulter exſoluo. Verum menſibus præteritis, dum cœpta commentaria reuoluo & reuiſo, venit in manum prima huius Problematis olim ordita delineatio. Perculit illico animum publica fides, ſtatimque pollicitis eſſe ſtandum mecum ipſe decreui, pudore motus ſimul ac pietate: illo, ne forte quiſpiam excuſationes prioris libelli, non ex neceſſitate prouenifſe, ſed quod operi impar eſſem interpretaretur: hac, ne virum tam excellentem in ipſo quaſi vitæ li-

mine

mine ſine vita relinquerem. Quamuis autem in hoc Problemate plures ſint caſus, pluresq; in eorũ determinationibus & conſtructionibus difficultates occurrant, ad quas tollẽdas, determinationesq; & conſtructiones ordinandas & demonſtrãdas, præter iudicium & ſcientiam, ſummum otium deſideraretur, quo me nequaquam frui, ijs, qui me meæq; vitæ conditionem nouerunt, exploratum eſt. Tantum tamen apud me pudoris & pietatis ſtimuli valuerũt, vt reſolutionis greſſibus inſiſtens ex iſto me Labyrintho paucorum dierum ſpatio facile expedierim

Errabunda regens tenui veſtigia filo.

Iam perfecta & exſcripta omnia erant, Typographique operam ſolam expectabant. Cum ecce vir nobilis & difertus Georgius Strachanus Scotus, ſuſcepta in Orientem peregrinatione, Raguſam diuertit, & præter alia humanitatis officia libellum mihi exhibuit, quem ab Auctore Alexandro Anderſono, conciue & amico ſuo chariſſimo, ad me miſſum legendum commendauit. Legi libenter & relegi, non tradentis & mittentis ſolum, ſed etiam argumenti cauſa mihi admodum gratum. Ex quo quidem integro feliciſſimum Anderſoni ingenium, & in arte Analytica ſolertiam & ſubtilitatem perſpexi, & laudo. Mouerat quidem animum, fateor, dum ſub titulo libri, & in præfatione ad Lectorem profitetur perfici, per rationem ſui primi Lemmatis, Aequationem ad tertium rationis gradum aſcendentem, in qua data magnitudo homogeneæ ignotæ ſub altero coefficiente noto comparatur: cum tamen nullam habere viam fateretur, qua Aequationem ſimplicem eius gradus abſolueret, præter duarum mediarum inuentionem. Verum Lemmate attentius perpenſo, in morem præſtigij luſiſſe virum doctum animaduerti, & pro ſolido no-

nobis planum per ascensum supposuisse. Qua lusus specie elegantius vsus fuit, dum pro determinatione Problematis in casibus omnibus difficilioribus, Aequationis suæ determinationem post suam analysim substituit, vt arduam inuentionem maximæ & minimæ interceptarum euitaret; quamuis sine ipsa inuentione Problema determinari non possit. Quæ sane & alia vt eruditioni & famæ viri nihil detrahunt, ita eum dexteritate & ingenij acumine præditum indicant: quem ego amo & maximi facio.

Cæterum, Amice Lector, si meis votis & tuo fortasse desiderio tardius satisfeci, id te rogatum maximè velim, vt æqui bonique consulas, & consideres, quam multa sint & varia, quæ humanorum consiliorum, actuumque euentus impedire, & animos etiam constantes aliò flectere & obliquare possunt. Vale.

Ragusæ, Kal. Aug. Anno M DC XIII.

Ad Virum Clariſſimum

MARINVM GHETALDVM

PAT. RAGVSINVM

ob Apollonium Rediuiuum

Epigramma.



QVI vitam miſero dat, vita dignus habetor:
Hæc lex, hæc veterum conſuetudo vetus;
Quique viro illuſtri vitam ſeruarit, honore
Illuſtri in terris viuere dignus erit.
Tu illuſtri ſimul, & miſero, vitamque dediſti
Pergæo, atque decus, docte Ghetalde, ſeni:
Vita igitur dignus vel Neſtoris, & Geometræ
Nomine tu Magni dignus, vt ille fuit.

Georgius Strachanus
Mernienſis Scotus Raguſæ.

MARINI GHETALDI APOLLONIVS REDIVIVVS

SEV

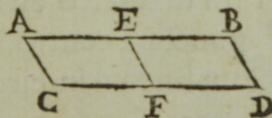
RESTITVTAE APOLLONII PERGAEI

De Inclinationibus Geometriæ

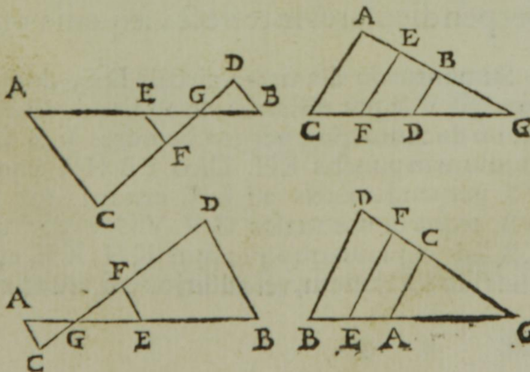
LIBER SECVNDVS.

Lemma I.

SINT duæ rectæ lineæ AB CD, quarum AB secetur bifariam in E, & à punctis AEB ducantur tres parallelæ AC EF BD secantes rectam CD in punctis C F D. Dico æquales esse CF FD.



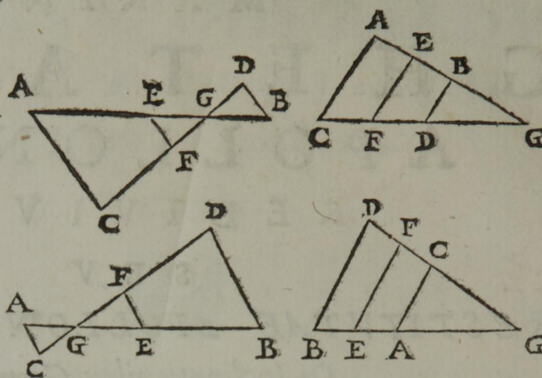
Si enim AB CD sint parallelæ, parallelogramma erunt AF FB, ac proindè AE ęqualis erit CF, & EB ęqualis FD, æqualia * enim sunt parallelogrammorum latera ex aduerso, sed ponuntur æquales AE EB, ergo ęquales erũt & CF FD. *34. Primi.*



Si vero non sint parallelæ AB CD, conuenient inter se. conueniant in G, ergo similia erunt triangula GAC GEF, ob parallelas enim EF AC angulus GAC ęqualis est angulo GEF, & angulus GCA,

A æqua-

æqualis angulo G F E, quare vt A G ad G E, ita erit C G ad G F, & existente puncto E inter puncta A G, erit diuidendo, & conuertendo, existente vero G inter A E, erit componendo, & conuertendo, at existẽte A inter E G, erit conuertendo, & per conuersionem rationis, vt G E ad E A, ita G F ad F C.



Et quoniam propter parallelas D B E F angulus G D B æqualis est angulo G F E, & angulus G B D angulo G E F, similia erunt triangula G D B G F E, vt igitur B G ad G E, ita erit D G ad G F, & existente G inter E B, erit componendo, existente vero E inter G B, erit diuidendo, at existente B inter E G, erit conuertendo, & per conuersionem rationis, & rursus conuertendo, vt B E ad G E, ita D F ad G F, sed vt G E ad E A, ita est G F ad F C, vt demonstrauimus, ergo ex æquali erit vt B E ad E A, ita D F ad F C, sed B E æqualis est E A, ergo & D F æqualis erit F C quod erat ostendendum.

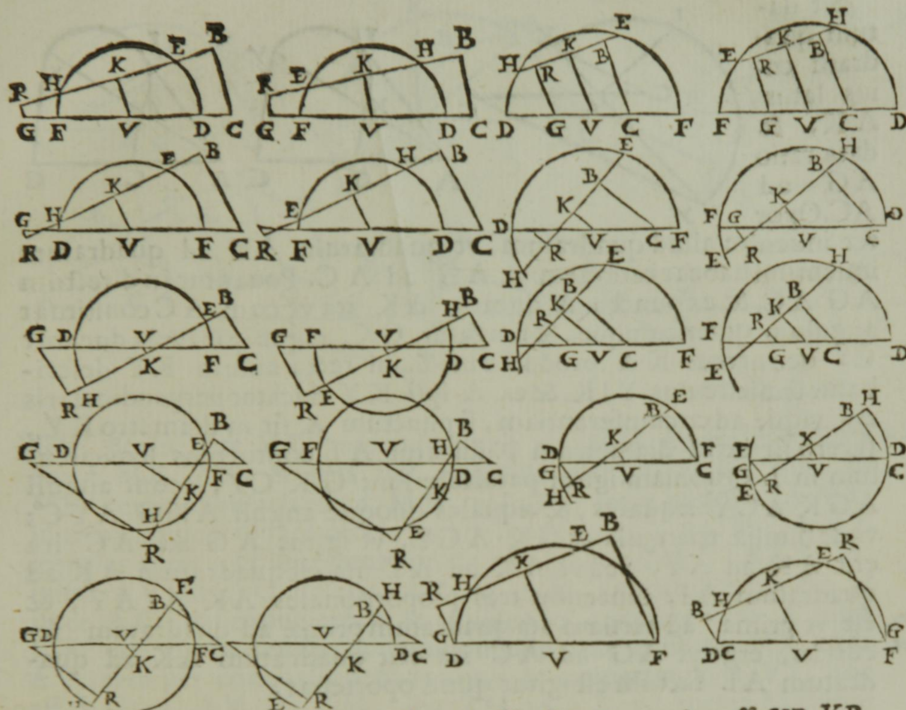
Lemma II.

SI in diametro circuli, etiam producta, sumantur duo puncta à centro æquedistantia, & ab ijs ducantur ad rectam lineam in circulum cadentem duæ rectæ perpendiculares. Segmenta cadentis inter circumferentiam, & perpendiculares interiecta æqualia erunt.

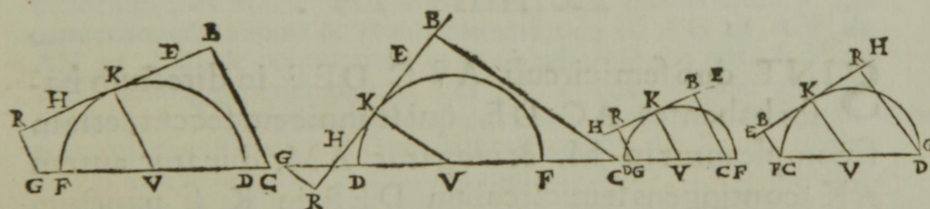
Sumantur in diametro circuli D F, duo puncta C G â centro quod sit V æque distantia, & ab ijs ad rectam E H cadentem in circulum ducantur duæ perpendiculares C B G R, ipsaque E H, secet circulum in punctis E H. Dico E B H R æquales esse. Ducatur enim V K perpendicularis ad E H, erunt igitur tres parallelæ B C K V G R atque sunt æquales G V V C, ergo * æquales erunt, & K R, K B, sed † æquales quoque sunt K H K E, ergo per æqualium æqualibus subductionem, vel additionem, erunt æquales & E B H R.

Lem. 1.
3 Tertij.

Sed



Sed recta EH tangat circulum in K. Dico æquales esse KB, KR

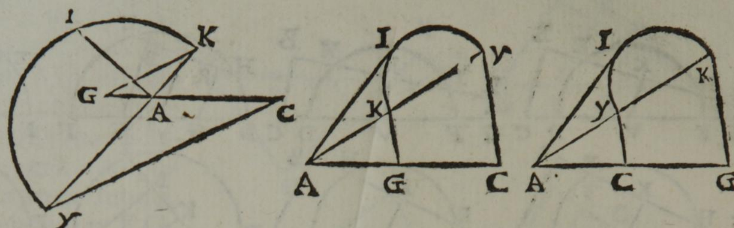


iungatur enim KV, ea perpendicularis * erit ipsi EK, vnde tres parallelæ erunt GR VK CB, atque sunt æquales GV VC, ergo æquales * erunt & KB KR, quare constat propositum. *18. Tertij* *Lem. 1.*

Lemma III.

DAto quadrato, aliud quadratum in data ratione inuenire.

Sit datum quadratū cuius latus AK, & data ratio AG ad AC. Oportet

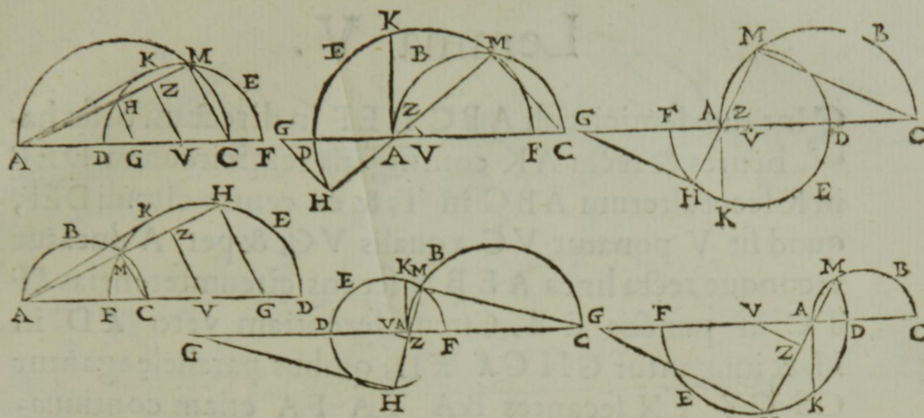


tet inuenire aliud quadratum, vt quadratum AK ad quadratum inuentum habeat rationem vt AG ad AC. Ponantur in directum AG AC, & ex puncto A ducatur AK ita vt cum AC constituat angulum quemcumque, & iungatur GK, eique parallela ducatur CY occurrens KA productæ in Y, in recta autem KY describatur semicirculus YIK, & ex A ipsi KY ducatur perpendicularis AI vsque ad circumferentiam, si punctum A sit in diametro KY, si vero sit extra diametrum, ducatur AI contingens semicirculum in I. Quoniam igitur parallelæ sunt GK CY, erunt anguli AGK ACY æquales, & æquales quoque anguli AKG AYC; vnde similia triangula AGK ACY. vt igitur AG ad AC ita erit AK ad AY, Sed vt AK ad AY ita est quadratum AK ad quadratum AI, sunt enim tres proportionales AK AI AY, &
Cor. 2. Pr. 20. Sexti. est vt prima * ad tertiam ita quadratum primæ ad quadratum secundæ, ergo vt AG ad AC ita erit quadratum AK ad quadratum AI. factum est igitur quod oportebat.

Lemma IV.

SINT duo semicirculi ABC DEF in directum bases habentes AC DF, qui se inuicem secent, etiam si compleantur in M, & iungatur AM, ducatur autem AK contingens semicirculum DEF in K si punctum A sit extra basim semicirculi DF, si verò sit in ipsa base ducatur AK perpendicularis ipsi DF secans semicirculum DEF in K, & existente V centro circuli DEF, fiat VG æqualis VC. Dico vt AG ad AC ita esse quadratum AK ad quadratum AM.

Conectatur enim MC, & semicirculus DEF vel circulus completus secet AM etiam productam in H, & conectatur quoque GH,



GH, & ducatur VZ perpendicularis ad MH. Aequales * igitur erunt MZ ZH, & ipsa VZ parallela erit ipsi MC, quia & MC perpendicularis est ad MH, rectus est enim angulus AMC in semicirculo; Quare ob eas parallelas & anguli ACM AVZ æquales erunt; Et propterea similia triangula AMC AZV. vt igitur AV ad AC ita erit AZ ad AM. Et existente puncto V inter AC, erit conuertendo & diuidendo, existente vero A inter CV, erit conuertendo & componendo, at existente C inter AV, erit per conuersionem rationis & conuertendo vt VC hoc est VG ad AV ita ZM, seu ZH ad AZ, & rursus existente V inter AG, erit componendo, existente vero A inter VG, erit diuidendo, at existente G inter AV, erit conuertendo & per conuersionem rationis & rursus conuertendo vt AG ad AV ita AH ad AZ, & permutando vt AG ad AH ita erit AV ad AZ. Duo igitur triangula AHG AZV circa æquales angulos qui sunt ad A proportionalia habent latera, ergo * sunt æquiangula, quare angulus AHG æqualis est angulo AZV, & angulus AGH æqualis angulo AVZ, sed angulis AZV AVZ æquales sunt anguli AMC, ACM vtrique vterque propter parallelas ZV MC, ergo anguli AHG AGH æquales sunt angulis AMC ACM, ac proinde similia triangula AHG AMC. Vt igitur AG ad AC ita erit AH ad AM. Sed vt AH ad AM ita * est rectangulum HAM ad quadratum AM, eandem enim habent altitudinem AM; ergo vt AG ad AC, ita erit rectangulum HAM, hoc * est quadratum AK ad quadratum AM, quod erat ostendendum.

3. Tertij. 6. Sexti. 1. Sexti. 35. & 36 Tertij.

Lemma

Lemma V.

SInt duo ſemicirculi ABC DEF in directum baſes habentes, & recta AK contingens ſemicirculum DEF in K ſecet alterum ABC in T, & ex centro circuli DEF, quod ſit V ponatur VG æqualis VC, & per A ducatur vtcunque recta linea AEBH ſecans circumferentias KF TC in punctis E B, Circumferentiam vero KD in H, & iungantur GH GK KD, quibus parallelę agantur CS CY YX ſecantes BA TA FA etiam continua-
Lem.3. tas in punctis SYX, & fiat*vt AG ad AG, Ita quadratum AK ad quadratum AI. Dico vt AG ad AC, ita eſſe FC ad CX, & ita EB ad BS, & ita quoque KT ad TY, adque vnumquodque rectangulorum YAK EAS FAX quadrato AI æquale eſſe.

Quoniam enim æquales ſunt VG VC, & æquales quoque VD VF, erunt per æqualium æqualibus additionem, vel ſubductionem æquales & DG FC. & quoniam propter parallelas KD XY æquales ſunt anguli GDK CXY, & propter parallelas GK CY æquales anguli DGK XCY ſimilia erunt triangula DGK XCY, vt igitur GK ad GD, ita erit CY ad CX, & permutando vt GK ad CY, ita GD, hoc eſt FC ad CX.

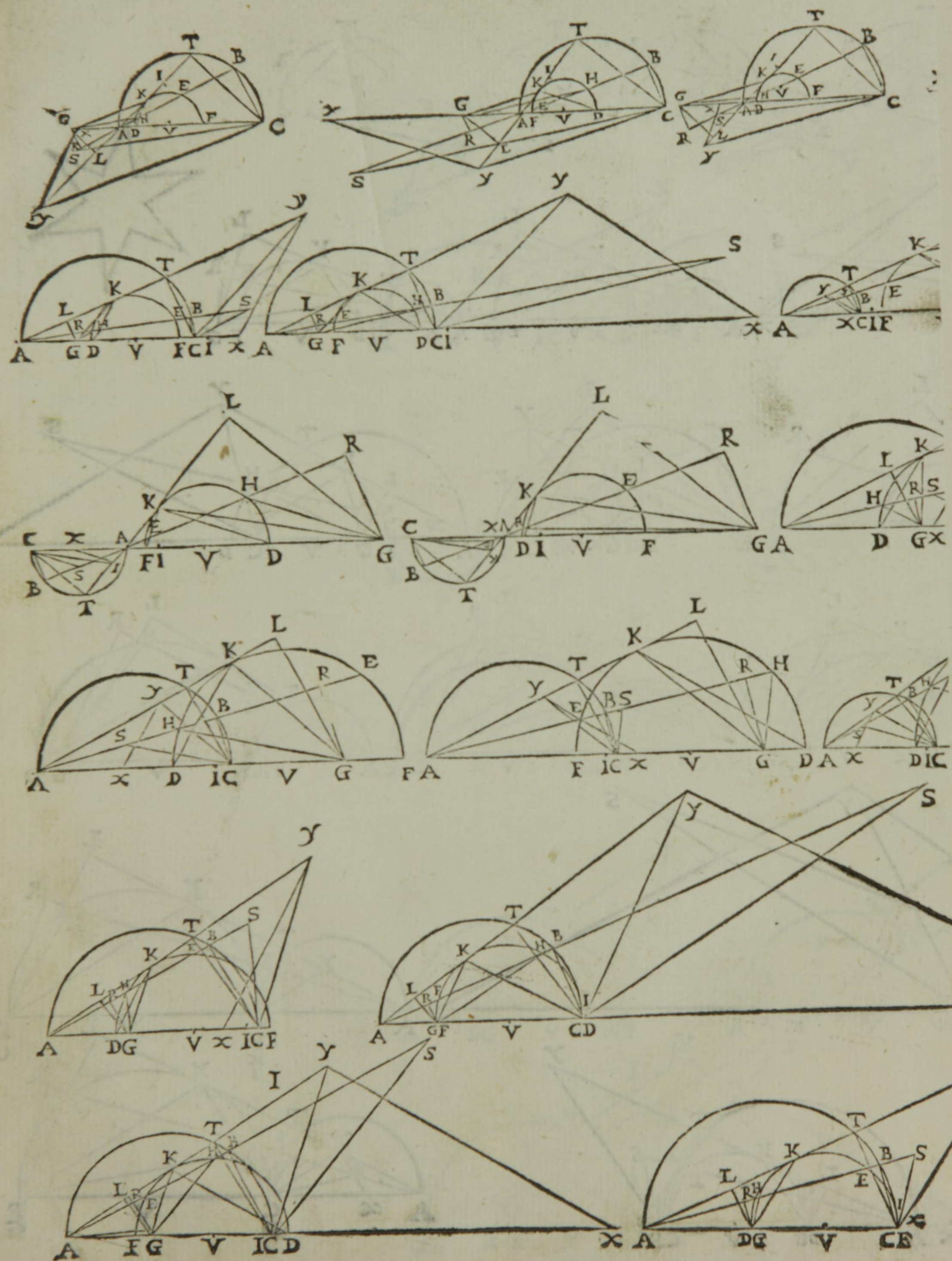
Aequè quoniã parallelę ſunt GK CY erit angulus AGK æqualis angulo ACY, & angulus AKG æqualis angulo AYC, vn-
A de ſimilia * erunt triangula AGK ACY & propter ſimilitudinem erit, vt AG ad GK, ita AC ad CY, & permutando vt AG
B *ad AC, ita GK ad CY, ſed vt GK ad CY oſtenſa eſt FC ad CX, ergo vt AG ad AC, ita erit FC ad CX, quod eſto primum.

Deinde iungatur BC, & ei parallela agatur GR, æqualis igitur erit angulus ARG angulo ABC, & ideo rectus, quia & ipſe
Lem.2. ABC in ſemicirculo rectus eſt, vnde HR * EB æquales erunt.

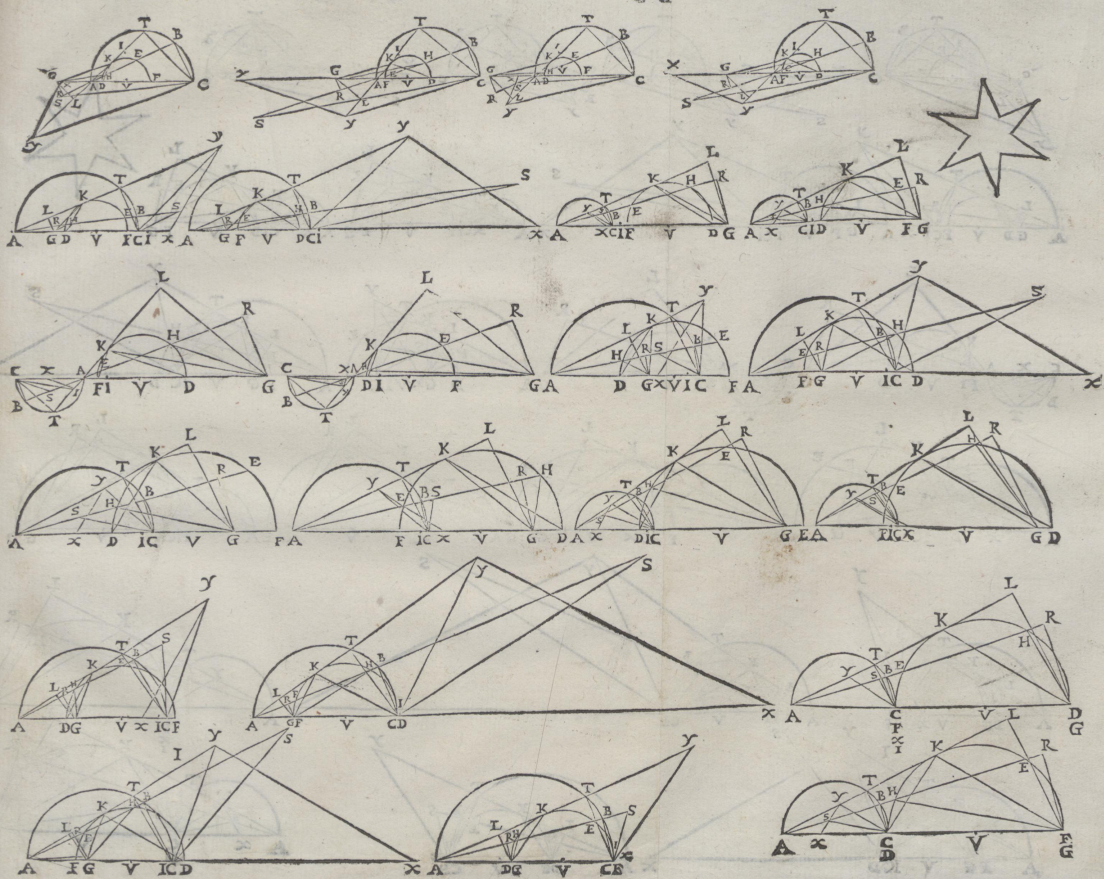
Et quoniam parallelę ſunt GH CS, erit angulus GHR æqualis angulo CSB, eſt autem & angulus HRG æqualis angulo SBC, rectus nempe recto, ergo ſimilia erunt triangula HRG SBC, quare vt GH ad HR, ita erit CS ad SB, & permutando vt GH ad CS, ita HR, hoc eſt EB ad BS.

Similiter

Figuræ Lemmatis V. collocandæ inter sextam & septi

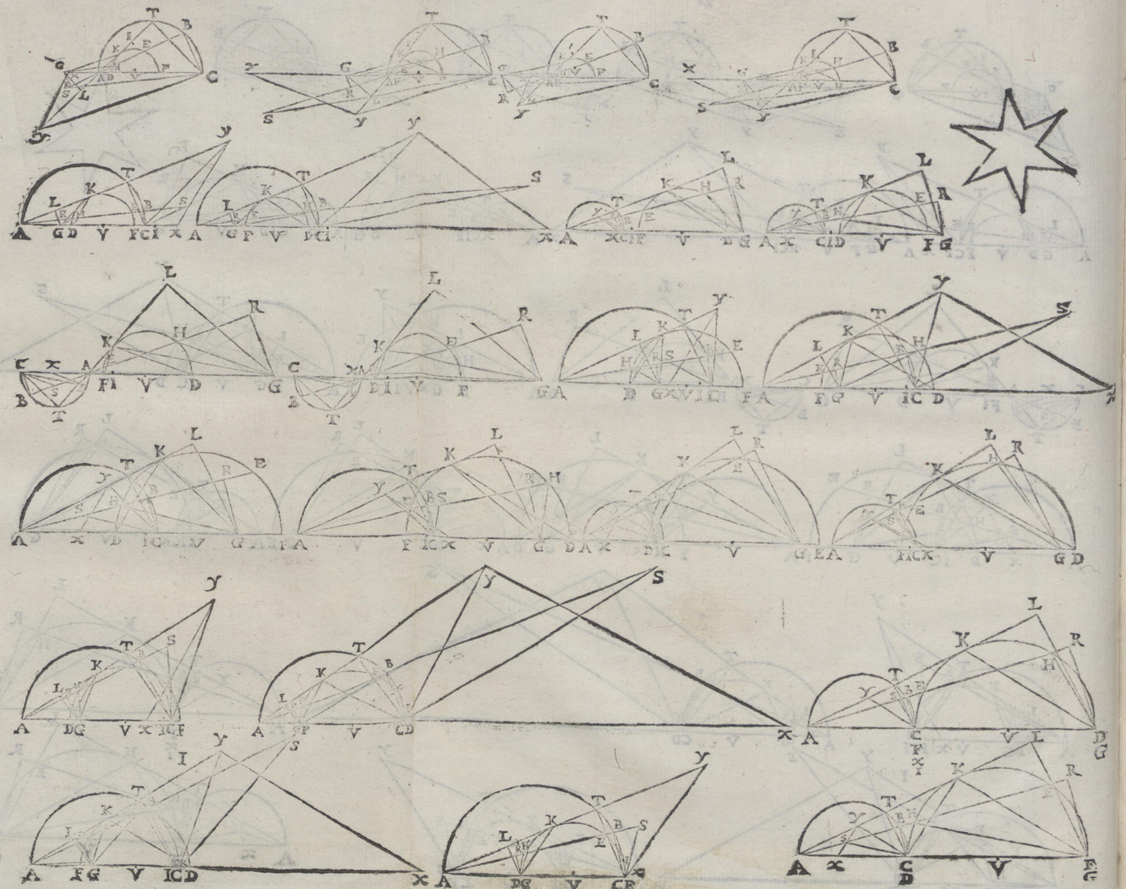


Figuræ Lemmatis V. collocandæ inter sextam & septimam paginam.

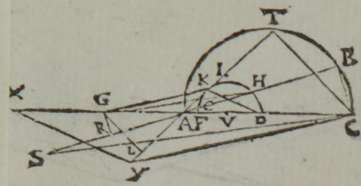


6 bis

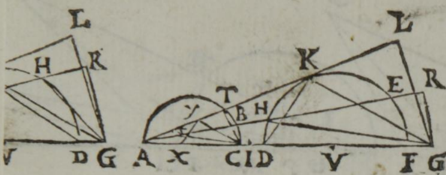
Figuræ Lemmatis V. collocandæ inter sextam & septimam paginam.

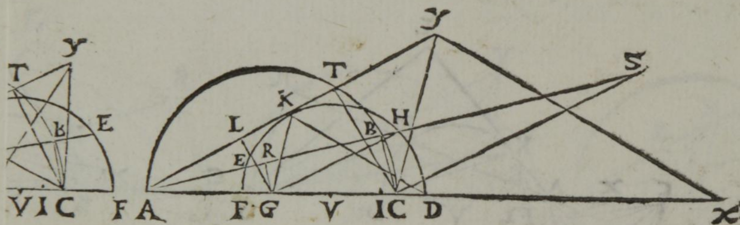


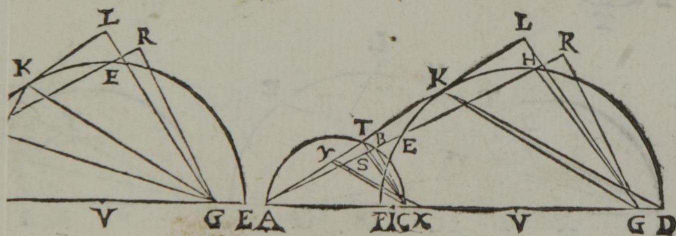
imam paginam.

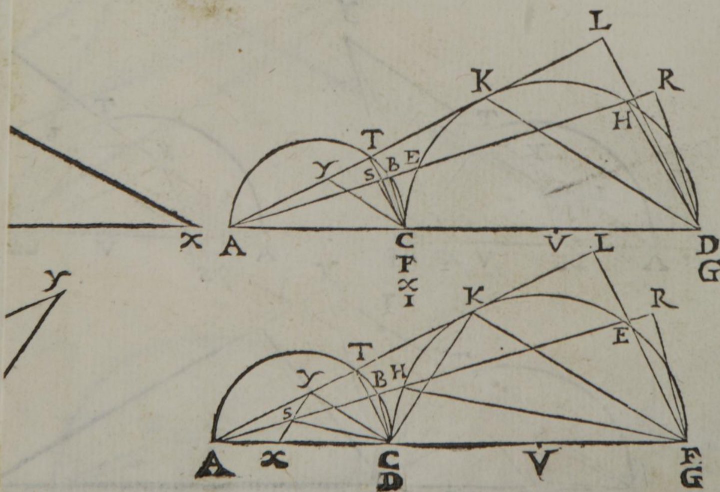












Similiter quoniam parallelæ ſunt GH CS anguli AGH ACS, erunt æquales, & æquales quoque anguli AHG ASC, & ideo ſimilia * triangula AGH ACS, vt igitur AG ad GH, ita erit AC ad CS, & permutando, vt AG ad AC, ita GH ad CS, ſed vt GH ad CS, ita eſt EB ad BS, vt demonſtrauimus: Ergo vt AG ad AC, ita erit EB ad BS, quod eſto ſecundum. C

Iam conectatur TC, & ei parallela agatur GL, ergo angulus KLG æqualis erit angulo ATC, ſed rectus eſt ATC in ſemicirculo, ergo & KLG rectus erit, & ideo æquales * LK KT. Lem. 2.

Et quoniam ſimilia ſunt triangula KLG YTC, ſunt enim ęquales anguli GKL CYT ob parallelas GK CY, & æquales anguli KLG YTC, quia recti, Erit vt GK ad KL, ita CY ad YT, & permutando, vt GK ad CY, ita KL hoc eſt KT ad TY, ſed & AG ad AC eſt vt GK ad CY, vt demonſtrauimus ad ſignum B, Ergo vt AG ad AC, ita erit KT ad TY, atque id eſto tertium.

Et quoniam ſimilia ſunt triangula AGK ACY, vt ad ſignum A demonſtrauimus, erit AG ad AK, vt AC ad AY, & permutando AG ad AC erit vt AK ad AY, ſed vt AK ad AY, ita * eſt quadratum AK ad rectangulum YAK, ſunt enim eiuſdem altitudinis AK, ergo vt AG ad AC ita erit quadratum AK ad rectangulum YAK, ſed vt AG ad AC, ita ponitur quadratum AK ad quadratum AI, ergo rectangulum YAK quadrato AI æquale erit, quod eſto quartum. 1. Sexti.

Aequæ quoniam ſimilia ſunt triangula AGH ACS, vt ad ſignum C demonſtrauimus, erit vt AG ad AH, ita AC, ad AS, & permutando, vt AG ad AC, ita AH ad AS, ſed vt AH ad AS, ita * eſt rectangulum EAH ad rectangulum EAS eandem enim EA altitudinem habent, vt igitur AG ad AC, ita erit rectangulum EAH hoc eſt * quadratum AK ad rectangulum EAS, ſed vt AG ad AC, ita ponitur quadratum AK ad quadratum AI, ergo rectangulum EAS æquale erit quadrato AI, quod eſto quintum. 1. Sexti. 36. Tertij.

Poſtremo quoniam parallelæ ſunt KD XY erunt anguli ADK AXY æquales, & æquales anguli AKD AYX, & ideo ſimilia triangula ADK AXY, vt igitur AD ad AK, ita erit AX ad AY, ſed vt AD ad AK, ita eſt * quoque AK ad AF, rectangulũ enim FAD æquatur * quadrato AK, ergo vt AX ad AY, ita erit AK ad AF: Vnde rectangulum FAX ſub extremis * æquale erit rectangulo YAK ſub medijs, ſed rectangulum YAK æquale eſt quadrato AI, vt quarto loco demonſtrauimus: Ergo & rectangulum FAX eidem quadrato AI æquale erit, quod poſtremo loco erat demonſtrandum. 17. Sexti. 36. Tertij. 16. Sexti.

CO-

COROLLARIVM.

Constat igitur rectangula YAK EAS FAX æqualia esse, etenim vnumquodque eorum ostensum est æquale quadrato AI.

In semicirculis seinuicem secantibus facile rectam AI inueniemus, si enim à puncto A ad punctum sectionis, quod sit M ducatur recta linea AM, eique ponatur æqualis AI, ea Lem.4. *erit de qua quæritur, est enim * vt AG ad AC ita quadratum AK ad quadratum AM.*

Similiter & in semicirculis seinuicem tangentibus facilimè inueniemus rectam AI, ea enim æqualis est rectæ AC, nam 36. Tertij. *cum rectangulum GAC æquale* sit quadrato AK, proportio-* 17. Sexti. *nales * erunt AG AK AC. Vt igitur * AG ad AC, prima* Cor. 2. pr. 20. Sexti *videlicet ad tertiam, ita erit quadratum secundæ AK ad quadratum AC tertiæ.*

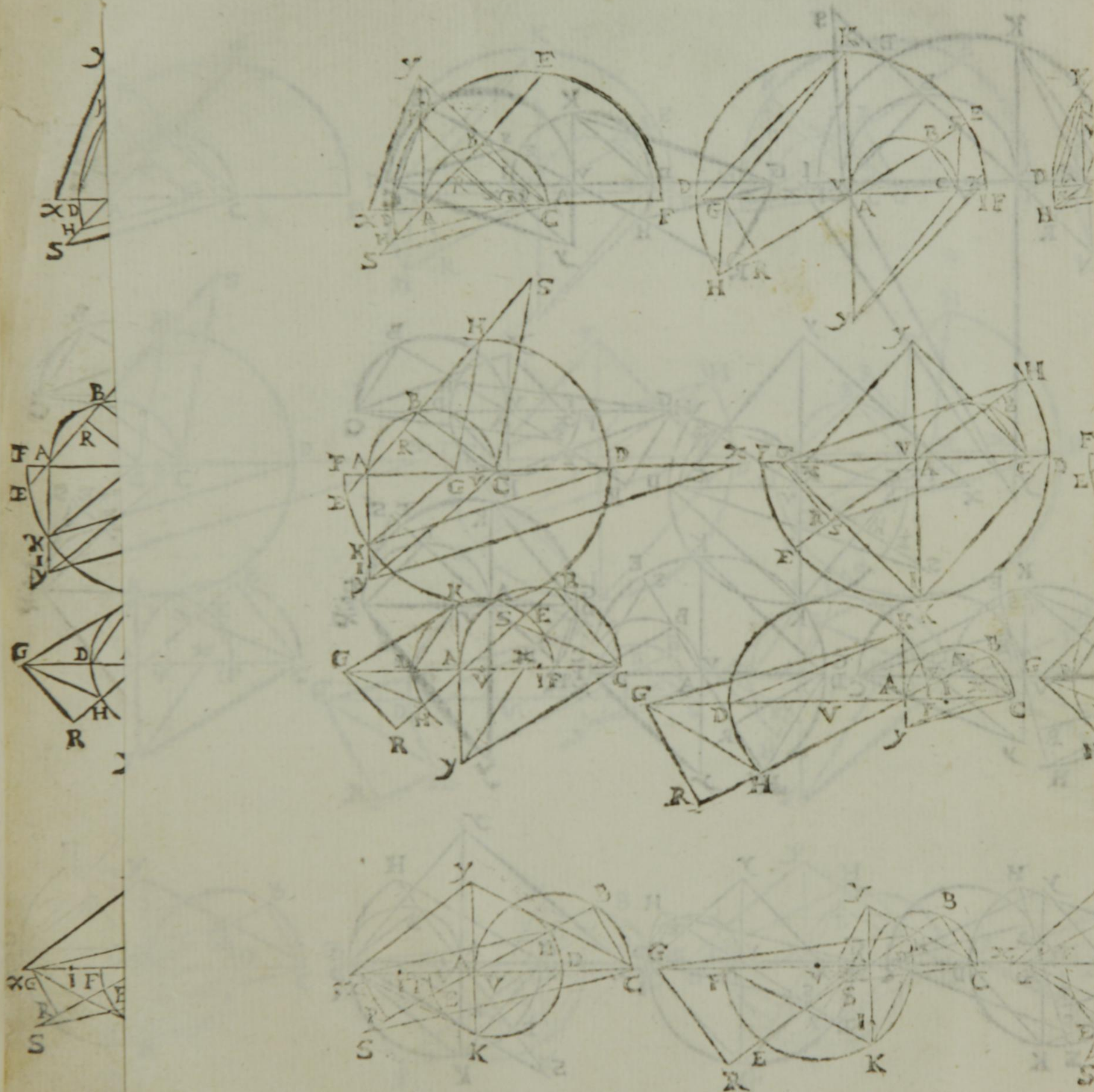
Lemma VI.

Sint duo semicirculi ABC DEF in directum bases habentes, & recta AK perpendicularis ad AC secet semicirculum DEF in K, & per A ducatur vtcunque recta linea ABE secans circumferẽtias ABC KF in punctis BE, & compleatur circulus DEFH, quem EA continuata secet in H, & ex eius centro, quod sit V ponatur VG æqualis VC, & conectãtur GH GK KD, quibus parallelę agantur CS CY YX secantes EA AK FA etiam Lem. 3. productas in punctis SYX, & fiat * vt AG ad AC ita quadratum Ak ad quadratum AI. Dico vt AG ad AC ita esse FC ad CX, & ita EB ad BS, & ita quoque AK

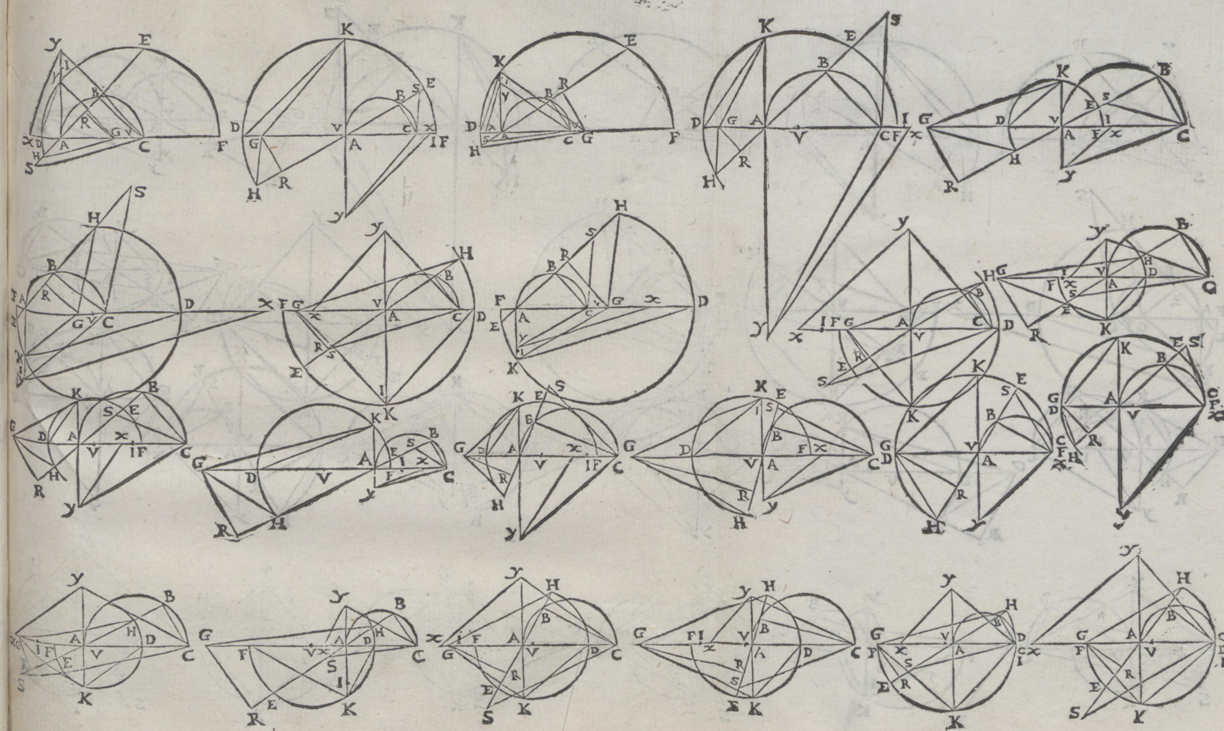
ad

8 lxij

Figuræ Lemmatis VI. c

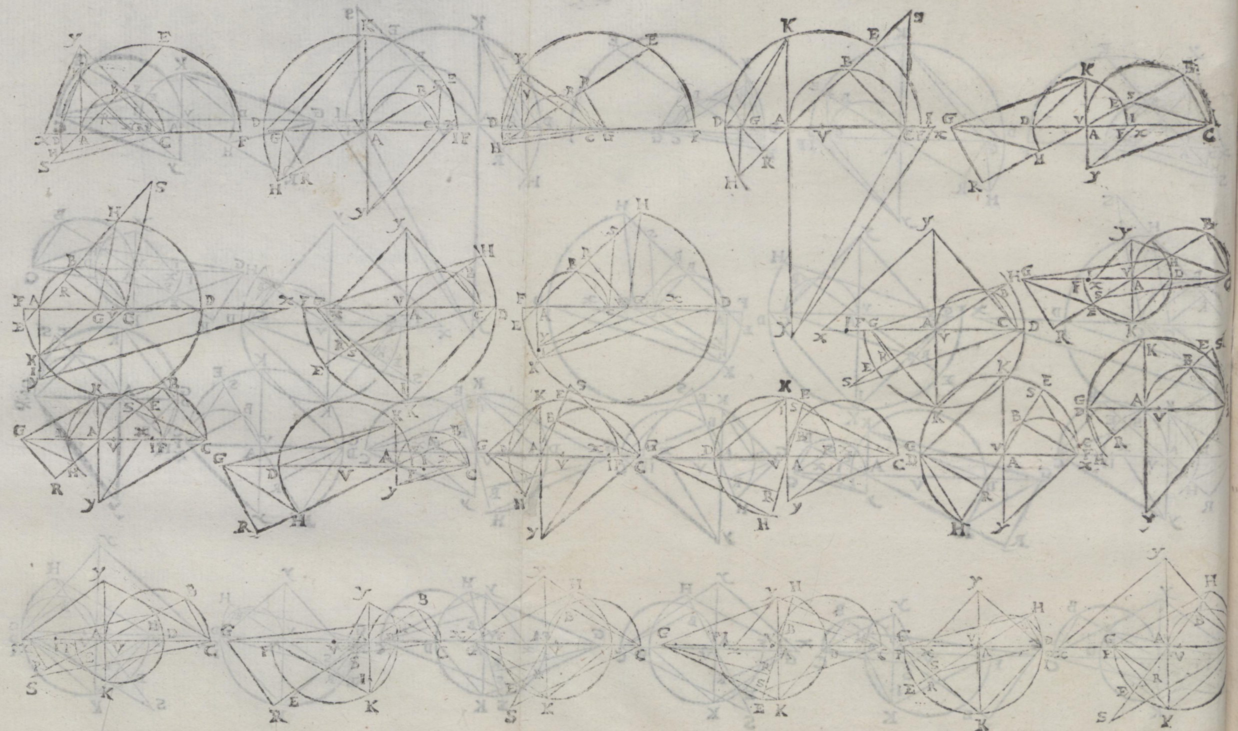


Figuræ Lemmatis VI. collocandæ inter octauam & nonam paginam.

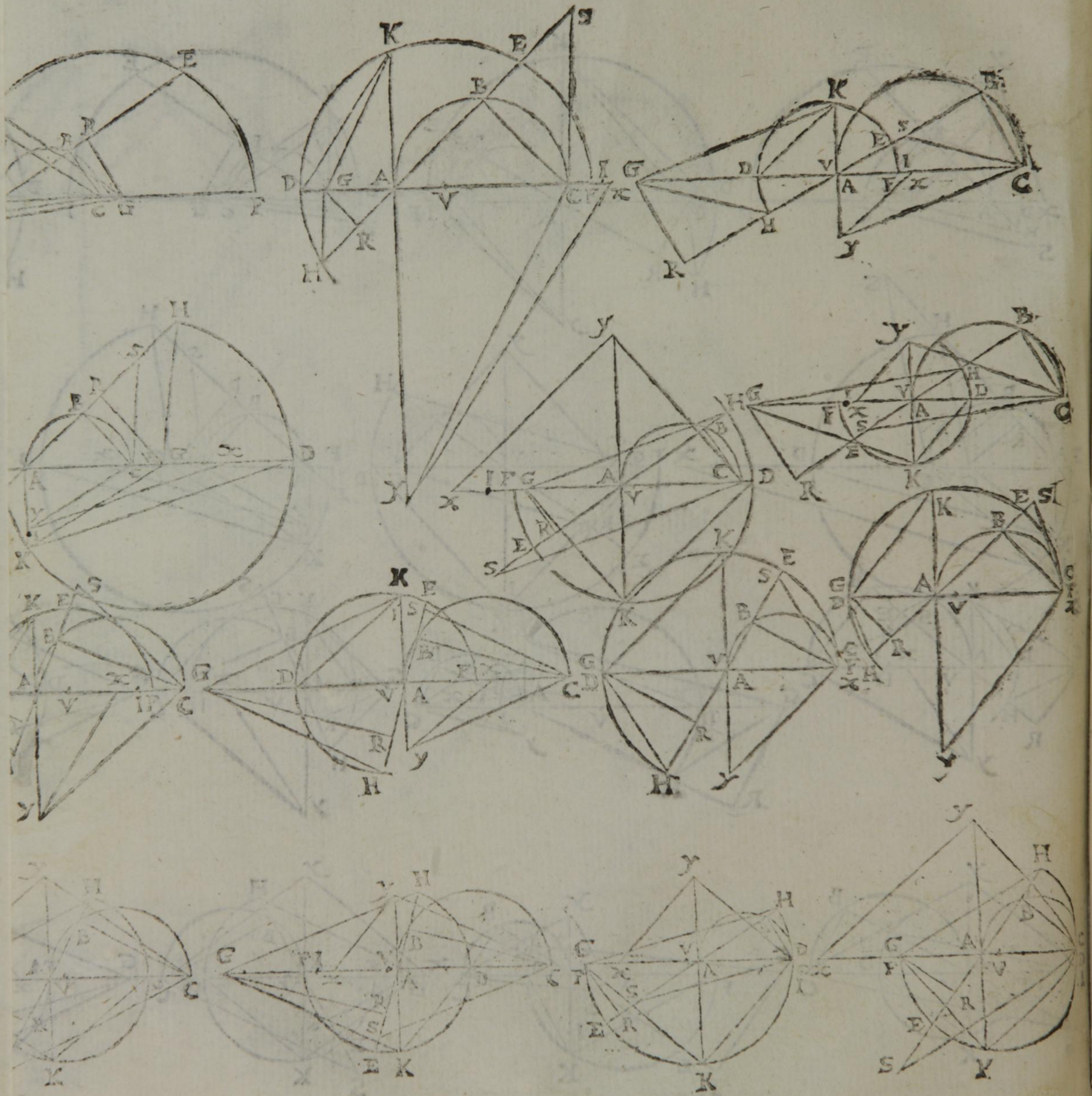


8 lxij

Figuræ Lemmatis VI. collocandæ inter octauam & nonam paginam.



ollocandæ inter octauam & nonam paginam.



ad AY. Et insuper vnumquodque rectangulorum YAK EAS FAX quadrato AI æquale esse.

Quoniam enim æquales sunt VG VC, & æquales quoque VD VF, erunt æquales & DG FC. Et quoniam æquales sunt anguli YCX KGD ob parallelas YC KG, & æquales quoque anguli YXC KDG ob parallelas YX KD, similia erunt triangula KGD YCX. Vt igitur KG ad GD ita erit YC ad CX, & permutando vt KG ad YC, ita GD hoc est FC ad CX.

Similiter quoniam propter parallelas YC KG, æquales sunt anguli AGK ACY, & æquales AKG AYC similia erunt triangula * AGK ACY; quare vt AG ad GK, ita erit AC ad CY, & permutando vt AG ad AC, ita GK ad CY, sed vt GK ad CY, ita est FC ad CX, vt demonstrauimus, ergo vt AG ad AC, ita etit FC ad CX, quod est primum. A

Iam conectatur BC, cui parallela agatur GR. Angulus igitur ARG æqualis erit angulo ABC, sed rectus est ABC in semicirculo, ergo & ARG rectus erit. Quare æquales * erunt HR EB. *Lem.2.*

Et quoniam parallelæ sunt GH CS, & parallelæ RG BC erit angulus GHR æqualis angulo CSB, & angulus HRG æqualis angulo SBC, vnde similia erunt triangula HRG SBC, & propter similitudinem erit, vt GH ad HR, ita CS ad SB, & permutando vt GH ad CS ita HR, hoc est EB ad BS.

Similiter quoniam parallelæ sunt GH CS anguli AGH ACS, erunt æquales, & æquales quoque anguli AHG ASC, ac proinde similia * triangula AGH ACS, ergo vt AG ad GH, ita erit AC ad CS, & permutando vt AG ad AC, ita GH ad CS, sed vt GH ad CS ita nunc ostensa est EB ad BS, vt igitur AG ad AC, ita erit EB ad BS, quod est secundum. B

Et quoniam ad signum A demonstrauimus similia esse triangula AGK ACY, erit vt AG ad AK, ita AC ad AY, & permutando, vt AG ad AC, ita erit AK ad AY, atque id est tertium.

Deinde quoniam quadratum AK, & rectangulum YAK eandem habent altitudinem AK, erit vt * AK ad AY, ita quadratum AK ad rectangulum YAK sed AK ad AY est vt AG ad AC, vt tertio loco demonstrauimus, ergo vt AG ad AC, ita erit quadratum AK ad rectangulum YAK, sed vt AG ad AC, ita ponitur quadratum AK ad quadradum AI, ergo rectangulum YAK quadrato AI æquale erit, quod est quartum. *1. Sexti.*

Eadem ratione. Quoniam rectangula EAH EAS eandem habent altitudinem EA erit vt * AH ad AS, ita rectangulum EAH ad rectangulum EAS, sed AH ad AS est vt AG ad AC propter triangulorum AGH ACS similitudinem quam ad signum B demonstrauimus: Ergo vt AG ad AC, ita erit rectangulum EAH, hoc *1. Sexti.*

B est

35. Tertij. *est quadratum AK ad rectangulum EAS, sed idem quadratum AK ponitur se habere ad quadratum AI, vt AG ad AC, ergo rectangulum EAS æquale erit quadrato AI, quod est quintum.

Postremo, quoniam parallelæ sunt KD YX, erit angulus ADK æqualis angulo AXY, & angulus AKD angulo AYX, & ideo similia triangula ADK AXY. Vt igitur AD ad AK, ita erit AX ad
17.Sexti AY, sed vt AD ad AK ita *est quoque AK ad AF, rectangulum
35. Tertij. enim DAF* æquale est quadrato AK, ergo vt AX ad AY, ita erit AK ad AF, quare rectangulum FAX sub extremis *æquale erit
16.Sexti. rectangulo YAK sub medijs, sed rectangulum YAK ostensum est quarto loco æquale quadrato AI, ergo, & rectangulum FAX eidem quadrato AI æquale erit, quod sexto & vltimo loco erat demonstrandum.

COROLLARIVM.

MAnifestum est igitur rectangula YAK EAS FAX æqualia esse, ostensum enim est vnumquodque eorum æquari quadrato AI.

In semicirculis seinuicem secantibus recta AI æqualis est rectæ lineæ quæ à puncto A ad punctum sectionis quod sit M
Lem.4. *ducitur, demonstratum* est enim vt AG ad AC ita esse quadratum AK ad quadratum AM.*

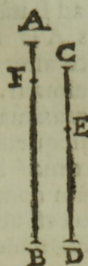
In semicirculis verò seinuicem tangentibus recta AI æqualis est rectæ AC, nam cum sint tres rectæ lineæ proportionales
Cor.2.pr. 20.Sexti. *AG AK AC est vt AG* ad AC prima videlicet ad tertiam, ita quadratum AK secundæ ad quadratum AC tertiæ. Itaque in semicirculis seinuicem secantibus, aut tangentibus facilimè inuenietur recta AI.*

Lemma VII.

DIfferentia maximæ & minimæ quatuor magnitudinum maior est quàm reliquarum differentia.

Sint

Sint quatuor magnitudines AB CD CE AF, sitque maxima AB, minima AF, differentia igitur maximæ & minimæ erit FB, differentia vero reliquarum CD CE erit ED. Dico ipsam FB maiorem esse quam ED. Quoniam enim AB maior est quam CD, AF vero minor quam CE, erit reliqua FB maior quam ED reliqua, à maiore enim AB ablata est minor quantitas quam à minore CD. Quare constat propositum.



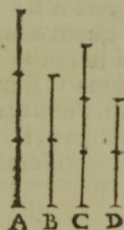
Lemma VIII.

SI quatuor magnitudinum proportionalium vna extremarum aut mediarum fuerit maxima. Altera minima erit.

Sint quatuor magnitudines proportionales AB CD, sitque A ad B, vt C ad D, & sit vna extremarum, vtpote A, omnium maxima. Dico alteram extremam D minimam esse. Quoniam enim maxima ponitur A prima, ea est maior quam C tertia, ergo & secunda B maior est quam D quarta. Et quoniam est vt A ad B ita C ad D, A vero maior quam B, erit & C maior quam D. Sic igitur ipsa D ominum est minima.



Sed sit maxima vna mediarum, nempe B. Dico alteram mediam C minimam esse. Quoniam enim vt A ad B, minor nempe ad maiorem, ita est C ad D, erit & C minor quam D. Et quoniam est vt A ad B, ita C ad D, erit conuertendo vt B ad A ita D ad C, est autem B maior quàm D, cum sit omnium maxima, ergo & A quam C maior erit. Minima est igitur omnium C. Quare constat propositum.

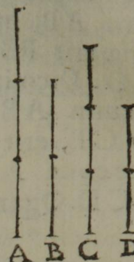


Lemma IX.

SI composita ex extremis quatuor magnitudinum proportionalium fuerit maior quàm composita ex medijs. Altera extremarum maxima erit. Altera minima.

Sint quatuor magnitudines proportionales A B C D, & sit vt

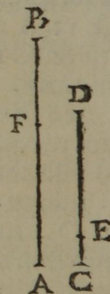
A ad B ità C ad D, ſit autem compoſita ex extremis AD maior quam compoſita ex medijs BC. Dico alteram ipſarum AD maximam eſſe, alteram minimam. Si enim fieri poteſt neutra ipſarum AD ſit maxima, ergo vna mediarum erit maxima. Et
Lem.8. conſequenter * altera minima: vnde compoſita ex
25.Quinti. maxima * & minima, hoc eſt ex medijs maior erit quàm compoſita ex reliquis, hoc eſt ex extremis, quod eſt abſurdum, ponitur enim compoſita ex extremis maior quàm compoſita ex medijs. Cum igitur neutra mediarum ſit maxima, erit maxima vna
Lem.8. extremarum, & per conſequens * altera minima.



Lemma X.

SImiliter ſi differentia extremarum quatuor magnitudinum proportionalium fuerit maior quàm differentia mediarum. Altera extremarum maxima, Altera minima erit.

Sint quatuor magnitudines proportionales AB CD DE BF, & AF differentia videlicet extremarum AB BF ſit maior quam CE differentia mediarum CD DE. Dico AB maximam eſſe proportionalium, FB minimam. Si enim fieri poteſt non ſit maxima AB. Ergo CD maxima erit, & conſequenter * DE minima. Itaque DE minor
Lem.8. erit quam BF. Si igitur à maiori auferatur minor quantitas quam à minore, reliqua maioris maior erit quam reliqua minoris; auferatur ergo DE a CD, & FD ab AB, reliqua CE maior erit quam reliqua AF, quod eſt abſurdum, Ponitur enim AF maior quam CE. Non eſt igitur
Lem.8. maxima CD, ergo AB maxima erit, & per conſequens * BF minima, quod erat oſtendendum.

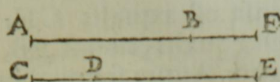


Lemma XI.

SI compoſita ex extremis quatuor magnitudinum proportionalium fuerit æqualis compoſitę ex medijs. Maior extremarum æqualis erit maiori mediarum, Minor minori.

Sint

Sint quatuor magnitudines proportionales AB CD DE BF, sitque AF composita ex extremis æqualis CE compositæ ex medijs, & sit AB maior extrema,



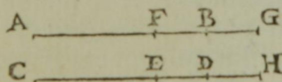
DE maior media. Dico AB DE æquales esse, itemque æquales BF CD. Si enim non sunt æquales erit altera maior, altera minor. Sit primum AB si fieri potest maior quam DE, ergo multo maior erit quam CD, sed AB ponitur quoque maior quam BF; Ergo ipsa AB omnium erit maxima, & consequenter * BF minima; vnde AF composita ex maxima & minima maior erit quam CE composita ex reliquis, quod est absurdum, ponuntur enim æquales AF CE, non igitur AB maior est quam DE. *Lem. 8.*

Sed sit AB si fieri potest minor quam DE, ergo BF multo minor erit, sed & CD ponitur minor quam DE, ergo DE omnium erit maxima CD vero * minima, atque adeo CE composita ex maxima & minima maior erit quam AF composita ex reliquis, quod itidem est absurdum, Ponuntur enim æquales AF CE. Non igitur AB minor est quam DE. Cum itaque AB non sit maior, neque minor quam DE, erit ipsi æqualis, & per consequens CD æqualis quoque BF, est enim vt AB ad CD ita DE ad BF, & est AB prima æqualis DE tertiæ vt demonstrauimus, ergo & secunda CD æqualis est BF quartæ. Quare constat propositum. *Lem. 8.*

Lemma. XII.

Similiter si differentia extremarum quatuor magnitudinum proportionalium fuerit æqualis differentiæ mediarum. Maior extrema maiori mediæ æqualis erit, Minor autem minori.

Sint quatuor magnitudines proportionales AB CD DE BF. Sit autem AF differentia extremarum æqualis CE differentiæ mediarum. Dico AB CD æquales esse, & æquales quoque DE BF. Producantur, enim AB CD vt BG sit æqualis ED, & DH æqualis FB. Quoniam igitur BG æqualis est ED, & FB æqualis DH, erit FG æqualis EH, sed & AF æqualis est CE, ergo tota AG toti CH æqualis erit.



Et quoniam est vt AB ad CD ita DE ad BF, erit permutando vt AB ad ED, hoc est ad BG ita CD ad BF, hoc est ad DH, & componendo vt AG ad BG, ita erit CH ad DH, sed AG osten-

ostensa est æqualis CH, ergo & BG æqualis erit DH, hoc est E D æqualis erit ipsi FB, minor videlicet mediarum minori extremarum. Atque si æqualibus FB ED addantur æquales AF CE, erit & AB æqualis CD, hoc est maior extremarum maiori mediarum. Maior igitur extrema maiori mediæ æqualis est, minor autem minori, quod erat ostendendum.

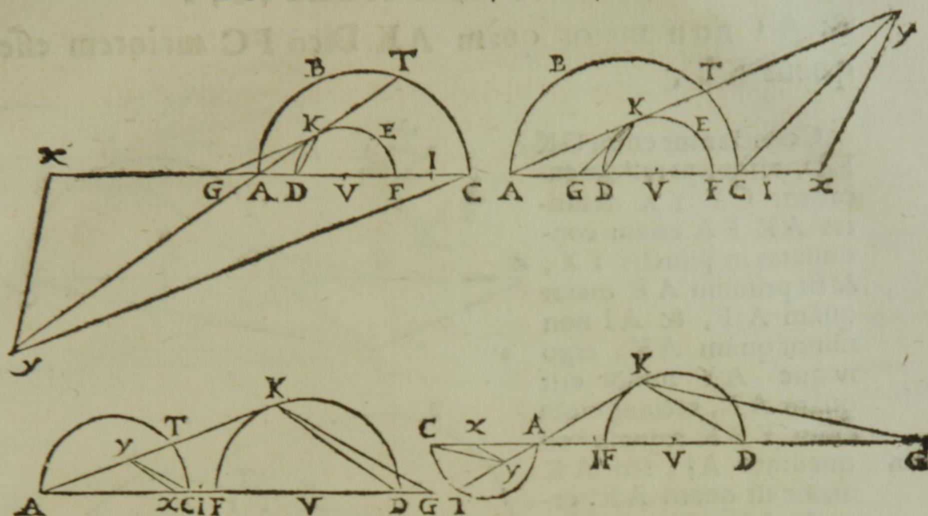
Lemma XIII.

SInt duo semicirculi ABC DEF in directum bases habentes, & recta AK contingens semicirculum DEF in K secet ipsum ABC in T, & ex centro circuli DEF,
Lem.3. quod sit V ponatur VG æqualis VC, & fiat * vt AG ad AC, ita quadratum AK ad quadratum AI. Sit autem AF maior quam AK, & AI non minor quam AF. Vel sit AF minor quàm AK, & AI non maior quàm AF. Dico KT maiorem esse quam FC.

Iungantur enim GK KD, eisque parallelæ agantur CY YX secantes KA FA continuatas in punctis YX, & sit primum AF maior quã AK, & AI non minor quàm AF, ergo neque AX minor erit quàm AF, alioquin rectangulum FAX minus esset qua-
Lem.5. drato AI, quod fieri non potest, est enim * æquale. Cum igitur AF maior sit quàm AK, & AX non minor quàm AF, erit & ipsa AX maior quàm AK. Eadem ratione, quoniam AK minor est quàm AF, & per consequens minor quàm AI, erit AY maior quàm AK, alioquin sequeretur quod rectangulum YAK minus
Lem.5. esset quadrato AI, quod fieri non potest, ostensum * enim est æquale. Cum igitur AY maior sit quàm AK, similiter & vtraque ipsarum AF AX maior quàm AK, erit ipsa AK minima qua-
Lem 8. tuor proportionalium AK AF AX AY. Vnde AY * maxima,
16 Sexti. (constat quidem eas proportionales * esse, quia æqualia * sunt re-
Coro. ctangula YAK FAX) quare YK maior erit quàm XF, com-
Lem.5. posita enim ex maxima, & minima maior * est quàm composita ex
25. Quinti. reliquis, similiter & differentia maximæ & minimæ * maior quàm
Lem.7. differentia reliquarum.

Deinde sit AF minor quàm AK, & AI non maior quàm AF, ergo neque AX maior erit quàm AF, alioquin rectangulum FAX
Lem.5. maius esset quadrato AI, quod fieri non potest, est enim * æquale.

Cum



Cum itaque AF minor sit quàm AK, & AX non maior quàm AF, erit & ipsa AX minor quàm AK. Similiter quoniam AK maior est quàm AF, & ideo maior quàm AI, erit AY minor quàm AK, alioquin rectangulum YAK maius esset quadrato AI, quod fieri non * potest. Cum igtur AY minor sit quam AK, *Lem.5.* similiter & vtraque ipsarum AF AX minor, vt demonstrauimus, erit AK maxima quatuor proportionalium AK AF AX AY, & per consequens AY minima, (sunt quidem proportionales * *16.Sexti.* AK AF AX AY, propter quod æqualia * sunt rectangula YAK *Corol.* FAX,) sed composita ex maxima, & minima quatuor proportiona- *Lem.5.* lium maior * est quàm composita ex reliquis, similiter & differentia *25.Quinti.* maximæ, & minimæ maior * quàm differentia reliquarum. Ergo YK maior erit quam XF, Quod & superiori casu demonstrauimus. *Lem.7.*

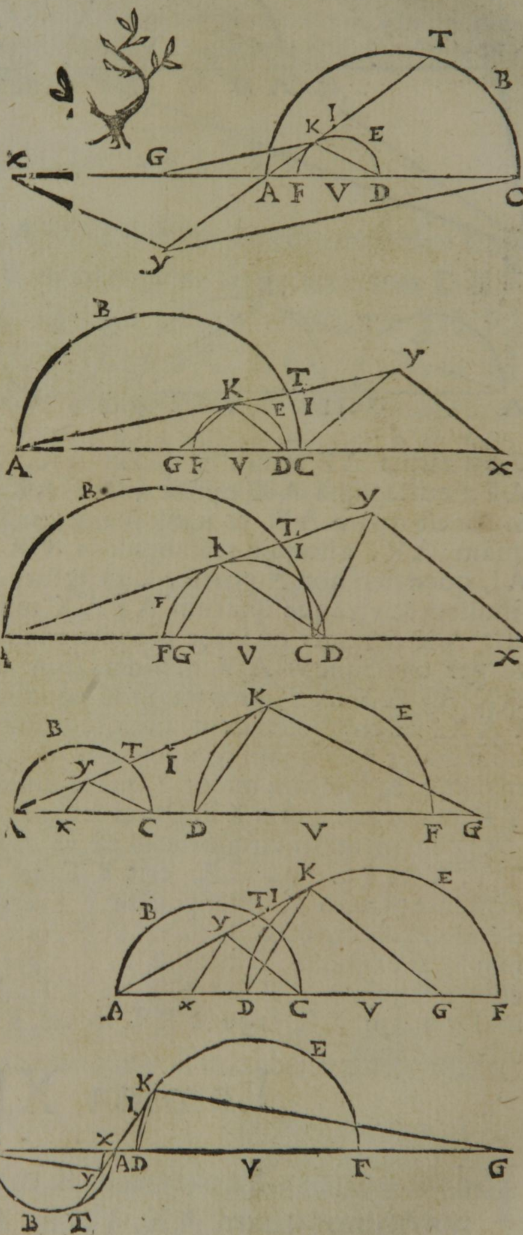
Quoniam igitur vtroque casu est, vt AG ad AC, ita * KT ad *Lem.5.* TY, & ita FC * ad CX, erit KT ad TY vt FC ad CX, & existente puncto K inter puncta YT, erit conuertendo & diuidendendo, existente vero T inter YK, erit conuertendo & componendo, at existente Y inter KT, erit per conuersionem rationis, & conuertendo, vt YK ad KT ita XF ad FC, sed YK ostensa est maior quàm XF, ergo & KT quàm FC maior erit, quod erat ostendendum.

Lemma XIV.

Isdem positis. Sit autem AK maior quam AF, & AI non minor quam AK. Vel sit AK minor quam AF,

& AI

& AI non maior quàm AK. Dico FC maiorem esse quam KT.



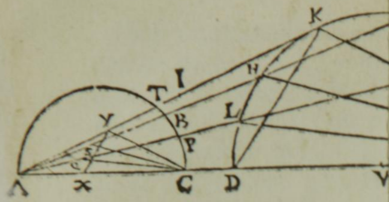
Conectantur enim GK KD, eisque parallelæ ducantur CY YX secantes AK FA etiam continuatas in punctis YX, & sit primum AK maior quàm AF, & AI non minor quàm AK, ergo neque AY minor erit quàm AK, rectangulum enim YAK æquale * est quadrato AI, sed AK maior est quam AF, ergo & AY quàm AF maior erit. Et quoniam AI ponitur non minor quàm AK, ea maior erit quàm AF, & AX multo maior, nam rectangulum FAX æquale * est quadrato AI. Cum igitur vnaquæque ipsarum AX AK AY maior sit quàm AF, ipsa AF minima erit, sed sunt proportionales * AF AK AY AX, rectangulum enim FAX æquale * est rectangulo YAK, Ergo AX altera nempe extremarum * maxima erit; quare XF maior erit quàm YK, composita enim ex maxima, & minima maior * est quàm composita ex reliquis, similiter, & differentia maximæ & minimæ maior * quàm reliquarum differentia.

Lem. 5. — *Lem. 5.* — *16. Sexti.* — *Corol. Lem. 5.* — *Lem. 8.* — *25. Quinti.* — *Lem. 7.*

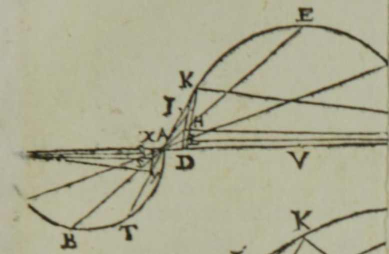
Idem

Ponantur hæ figuræ sub linea 2

16 b..

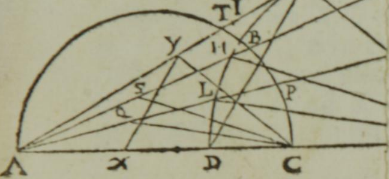


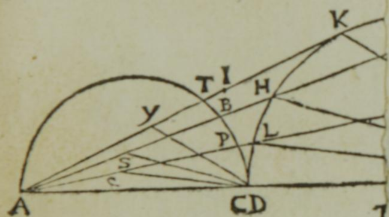
Lem.5.



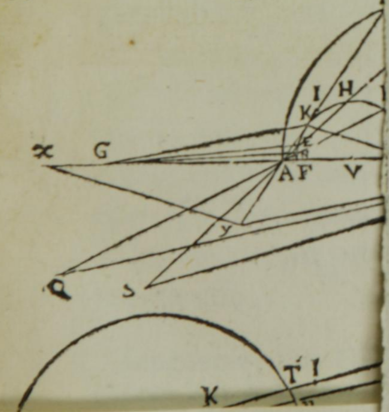
Lem.5.

Lem 8.
16.Sexti.
Corol.
Lem.5.
25. Quinti.
& Le.7.
Lem.5.

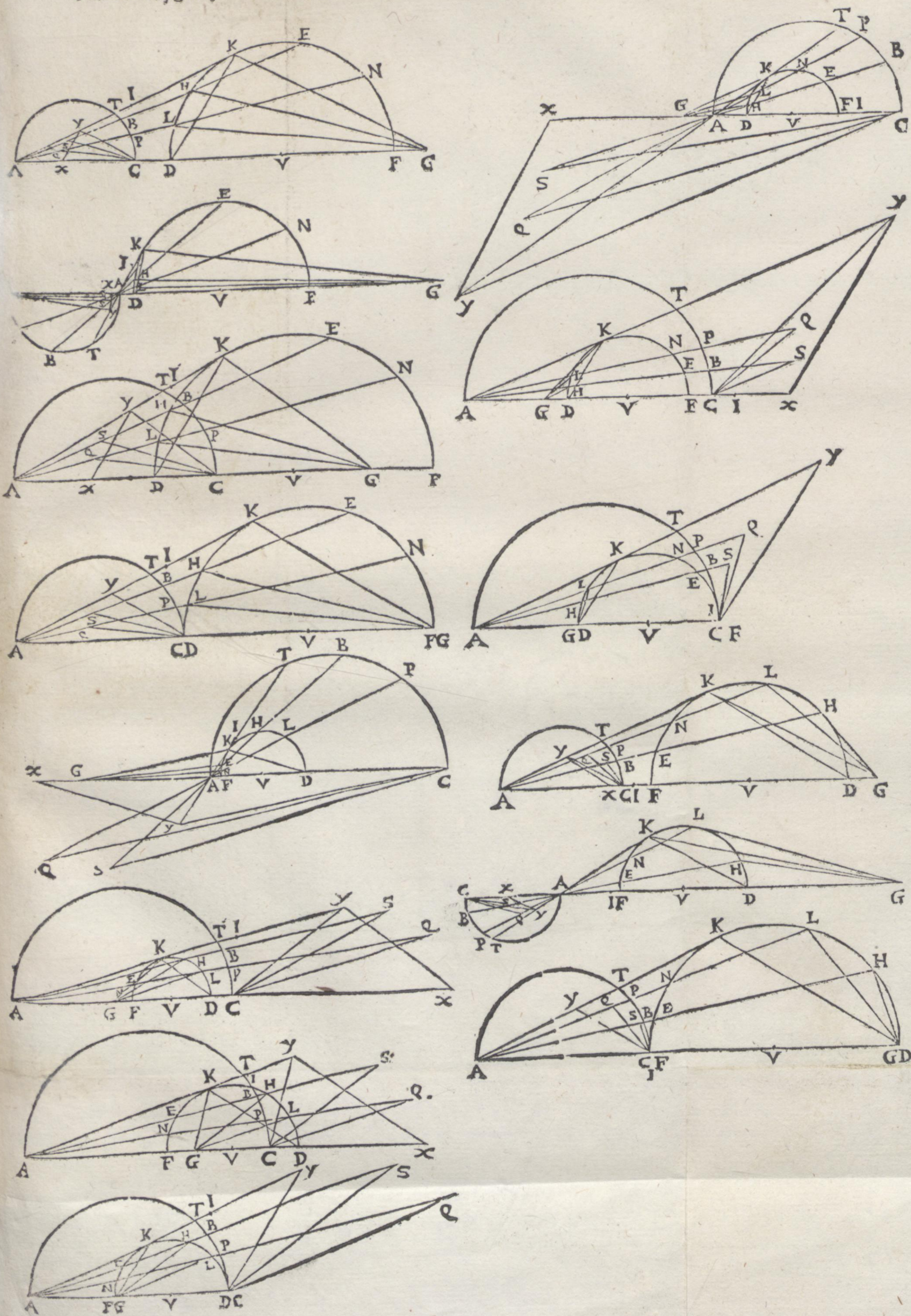




Lem.3.
In semicirculis autem se inuicē tā gentib. in quib. punctū F idē est quod punctū C, sufficit ostendere KT maximam esse, eique propinquiorē remotiore maiorem esse.



Ponantur hæ figuræ sub linea 20. pagina 17, ita vt respiciant ipsam paginam, & Lemmati XV. seruiant.



16 b-1

c

I
c
t
t
&
c
r
r
c
e
Lem.5. c
n
g
ic
p
A
A
ic
Lem.5. F
d
n
A
A
ri
16. Sexti. le
re
Corol. æ
Lem.5. Y
Lem.8. n
xi
ic
p
25. Quinti. &
q
q
ti
Lem.7. m
ru

Idem demonstrabimus si AK minor sit quàm AF & AI non maior quàm AK, nam cum AI non sit maior quàm AK, neque AY maior erit, alioquin rectangulum YAK maius esset quadrato AI, quod fieri non potest, est enim * æquale, sed AK minor est quàm AF, ergo & AY minor erit. Et quoniam AI ponitur non maior quàm AK, & AK minor quàm AF, erit & AI minor quàm AF, & per consequens AX multo minor, rectangulum enim FAX æquale * est quadrato AI. Cum igitur singulæ AX AY AK ostensæ sint minores quàm AF, ipsa AF maxima erit; Vnde AX * minima, sunt enim quatuor proportionales * AF AK AY AX, quoniam æqualia * sunt rectangula FAX YAK, ergo XF maior * erit quam YK, quod etiam demonstrauimus & supra.

Lem. 5.
Lem. 5.
Lem 8.
16. Sexti.
Corol.
Lem. 5.
25. Quinti.

Vtroque igitur casu, quoniam est vt AG ad AC ita FC * ad CX, & ita * KT ad TY, erit FC ad CX vt KT ad TY, & existente F inter XC erit conuertendo & diuidendo, existente vero C inter FX, erit conuertendo & componendo, at existente X inter FC, erit per conuersionem rationis & conuertendo vt XF ad FC ità YK ad KT, sed XF ostensa est maior quàm YK, ergo & FC maior erit quàm KT, quod erat ostendendum.

& Le. 7.
Lem. 5.

Lemma XV.

Sint duo semicirculi ABC DEF in directum bases habentes & recta AK contingens semicirculum DEF in K secet ipsum ABC in T, & ex centro circuli DEF, quod sit V ponatur VG æqualis VC, & * fiat vt AG ad AC ita quadratum AK ad quadratum AI. Sit autem AI vel non minor maiore rectarum AF AK, vel non maior minore. Dico maiorem rectarum KT FC maximam esse omnium quæ per A ductæ inter circumferentias KF TC interijciuntur, minorem vero minimam. Aliarum autem propinquiorem maximæ, remotiore maiorem esse.

Lem. 3.
In semicirculis autem se inuicē tāgentib. in quib. punctū F idē est quod punctū C, sufficit ostendere KT maximam esse, eique propinquiorē remotiore maiorem esse.

Iungantur enim GK KD, eisque parallelæ agantur CY YX secantes KA FA continuatas in punctis YX. Et sit primum cadente AF in concauam circumferentiam FK recta AI non minor ma-

iore rectarū AF AK. Vel cadente AF in conuexam circumferentiam FK sit AI nō maior minore rectarum AF AK. Ergo primo casu AF *maior erit quam AK, vnde AI non minor quam AF ponitur enim AI non minor maiore rectarum AF AK. Secundo casu AF minor *erit quàm AK, & AI non maior quàm AF ex positione. Itaque vtroque casu KT *maior erit quam FC. Ostendēdum est igitur KT maximam esse, FC minimā, aliarum autē propinquiorem ipsi KT maiorem esse remotiore.

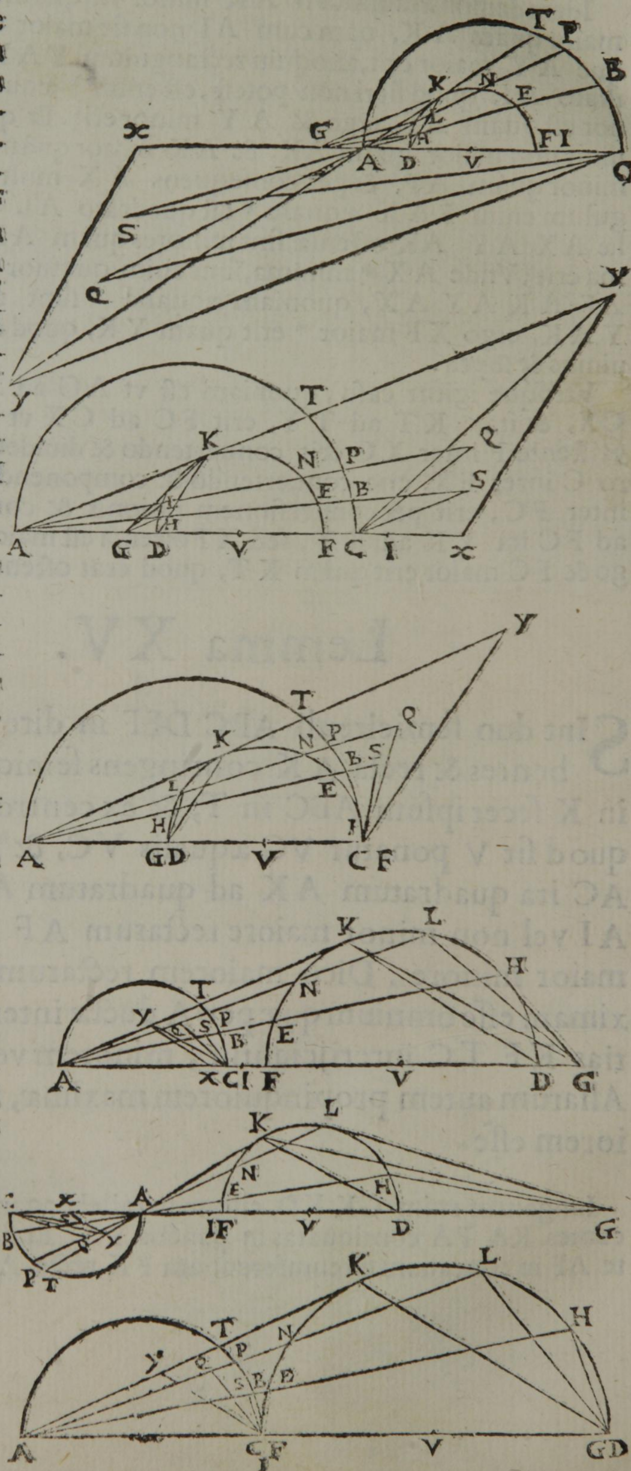
8. Tertij.

8. Tertij.

Lem. 13.

Ducatur enim per A vtcunq; recta linea AEB secans circumferentias KF TC in punctis EB, circūferentiā vero KD in H, & conectatur GH, cui parallela ducatur CS secans BA etiam continuatam in S. Rectangulum igitur YAK *æquale erit rectangulo EAS;

Corol. Lem. 5.



EAS, quare vt AK ad AE * ita erit AS ad AY. Cadente quidem AF in concauam circumferentiam FK sic argumentor, sed AK * minor est quam AE, ergo & AS minor erit quàm AY. Et quoniam ponitur AI nō minor quàm AF, ea maior erit quàm AK, & consequenter maior quàm AY, rectangulum enim YAK æquale * est quadrato AI. Cum igitur AI minor sit quàm AY, erit & AF minor, & AE multo minor, & per consequens minor, & AK. Cum igitur vna quæque rectarum AK AE AS minor sit quàm AY, erit AY maxima, & consequenter * AK minima, sunt enim quatuor proportionales AK AE AS AY vt demonstrauimus, vnde YK maior erit quàm SE, composita enim ex maxima, & minima maior * est quàm composita ex reliquis, similiter differētia inter maximam & minimam maior * quam differentia inter reliquas. 16.Sexti 8.Tertij. Lem.5. Lem.8. 25.Quinti.

Cadente vero AF in conuexam circumferentiam FK argumentor hoc modo, sed AK maior * est quàm AE, ergo & * AS maior erit quàm AY. & quoniam AI ponitur non maior quàm AF, ea minor erit quàm AK, & per consequens maior quàm AY rectangulum enim YAK æquale * est quadrato AI. Cum igitur AI maior sit quàm AY, erit maior & AF, atq; AE multo maior, & per consequens maior quoque & AK. Sic igitur quatuor proportionalium AK AE AS AY minima erit AY, * maxima AK, vnde YK maior * erit quam SE vt demonstrauimus & in superiori casu. Lem.7. 8.Tertij. 14.Quinti. Lem.5. Lem.8. 27.Quinti. vel Le.7.

Sed vtroque casu, quoniam est vt AG ad AC ita * KT ad TY, & * ita EB ad BS, erit KT ad TY vt EB ad BS, & existente puncto K inter YT, erit conuertendo, & diuidendo; existente vero T inter YK, erit conuertendo, & componendo; at existente Y inter KT, erit per conuersionem rationis, & conuertendo vt YK ad KT ità SE ad EB, sed YK ostensa est maior quàm SE, ergo & KT maior erit quàm EB. Et sic demonstrabitur omnibus alijs maior. Maxima est igitur omnium KT. Lem.5.

Similiter quoniam æqualia * sunt rectangula EAS FAX, erit EA ad AF vt AX ad AS. Cadente quidem AF in concauam circumferentiam FK, hac ratione argumentor, Sed AE * minor est quàm AF, ergo & AX minor erit quàm AS, Et quoniam AI ponitur non minor quàm AF, ea maior erit quàm AE, minor autem quàm AS, rectangulum enim EAS æquatur * quadrato AI, ergo & AF minor erit quàm AS, & AE multo minor, atque adeo quatuor proportionalium EA AF AX AS, maxima erit AS, minima * vero AE, quare SE maior * erit quàm XF. Corol. Lem.5. 8.Tertij. Lem.5. Lem.8. 25.Quinti. et Lem.7

Cadente vero AF in conuexam FK circumferentiam argumentor hoc modo, sed AE maior * est quàm AF, ergo & AX maior * erit quàm AS, & quoniam AI ponitur non maior quàm AF, ea minor erit quàm AE, ergo maior quàm AS; (rectangulum enim EAS æquale est quadrato AI) quare & AF maior 8.Tertij 14.Quinti.

erit quàm AS, atque AE multo maior. Itaq; quatuor proportionalium EA AF AX AS minima erit AS, & per consequens maxima * AE, vnde SE maior * erit quã XF. Hoc idẽ demõstrauimus, & supra.

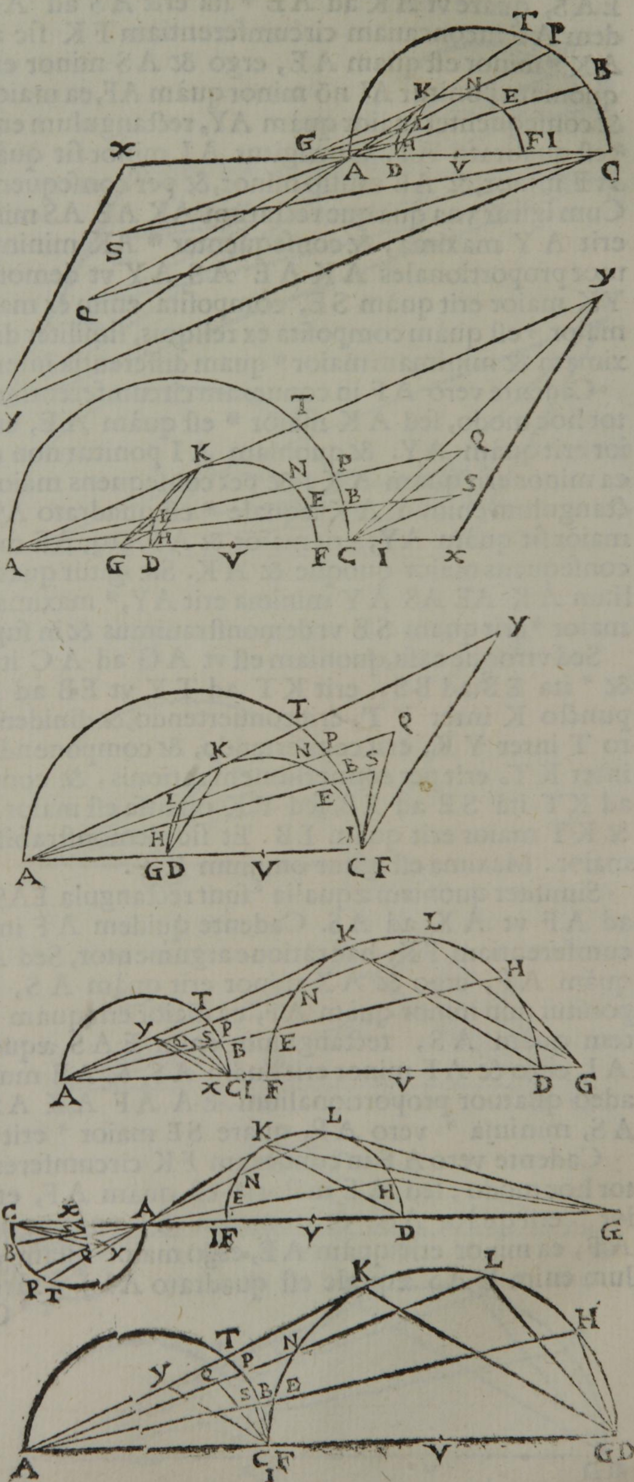
Lem. 8.

25. Quinti. & Le. 7.

Vtroque igitur casu, quoniam est vt AG ad AC ita * FC ad CX, & ità * EB ad BS, erit EB ad BS vt FC ad CX, & existente E inter pũcta SB, erit conuertendo & diuidendo, existente vero B inter SE, erit conuertendo & componendo; at existente S inter EB, erit per conuersionẽ rationis & conuertẽdo vt SE ad EB ita XF ad FC, sed SE ostensa est maior quàm XF, ergo & EB maior erit quàm FC. Atque eadem ratione demõstrabimus quã cunque aliam maiorem esse quàm FC. Minima est igitur FC.

Lem. 5.

Iam agatur per pũctũ A quæuis recta



recta Linea ANP secans circumferentias KFTC in punctis NP, circumferentiam vero KD in L, sitque NP maxime KT propinquior quàm EB. Iungatur igitur GL eique parallela agatur CQ secans NA, vel ei productæ occurrens in Q, Aequalia igitur erunt * rectangula NAQ EAS; quare vt * AN ad AE ita erit AS ad AQ. Si quidem AF in concauam circumferentiam FK cadit sic argumentor, sed AN minor est quàm AE, ergo & AS minor * erit quàm AQ. Et quoniam AI non est minor quàm AF ex positione, ea maior erit quàm AN, & consequenter minor quàm AQ, rectangulum enim NAQ * æquatur quadrato AI, ergo & AF minor erit quàm AQ & AE multo minor, ac etiam minor & AN. Sic igitur quatuor proportionalium AN AE AS AQ maxima erit AQ, & consequenter * minima AN, vnde QN maior * erit quàm SE. Lem. 5 16. Sexti 14. Quinti. Lem. 5. Lem. 8. 25. Quinti.

Si vero AF in conuexam FK circumferentiam cadit argumentabor hoc modo, sed AN maior * est quàm AE, ergo & AS maior erit quàm AQ. Et quoniam AI ponitur non maior quàm AF, ea minor erit quàm AN, & per consequens maior quàm AQ, rectangulum enim NAQ æquale est quadrato AI, ergo & AF minor erit quàm AS, minor quoque & AE, atque AN multo minor. Sic igitur quatuor proportionalium AN AE AS AQ minima erit AQ, vnde maxima AN; quare QN maior * erit quàm SE. Atque hoc idem demonstrauimus & supra. vel Le. 7. 8. Tertij. 25. Quinti. vel Le. 7.

Vtroque igitur casu quoniam est vt AG ad AC ita * NP ad PQ & ita * EB ad BS, erit NP ad PQ vt EB ad BS, & existente N inter PQ erit conuertendo & diuidendo, existente vero P inter NQ erit conuertendo & componendo, at existente Q inter NP, erit per conuersionem rationis & conuertendo vt QN ad NP ita SE ad EB, sed QN ostensa est maior quàm SE, ergo & NP maior erit quàm EB, hoc est propinquior maximæ maior quàm remotior. Lem. 5.

Deinde cadente AF in concauam circumferẽtiam FK. Sit AI nõ maior minore rectarum AF AK. Vel cadente AF in conuexam circumferentiam FK, sit AI non minor maiore rectarum AF AK. Primo igitur casu AK minor * erit quam AF, vnde AI non maior quam AK ex positione. Secundo casu AK * maior erit quam AF, & consequenter AI non minor quam AK Similiter ex positione. Itaque vtroque casu * FC maior erit quam KT. Ostendendum est igitur FC maximam esse, KT minimam, atque propinquiorem ipsi FC remotiore maiorem esse. 8. Tertij. 8. Tertij. Lem. 14.

Ducatur enim per A quæuis recta linea AEB secans circumfe rentias KFTC in punctis EB, circumferentiam vero KD in H, & conectatur GH, eique parallela ducatur CS secans BA etiam continuatam in S. Rectangulum igitur FAX æquale * erit rectangulo EAS, quare vt AF ad AE ita erit AS ad AX. Cadente quidem Corol. Lem. 5.

AF in

AF in concauam circumferentiam FK, ſic argumentor, ſed AF maior * eſt quam AE, ergo * & AS maior erit quam AX. Et quoniam ponitur AI non maior quam AK, ea minor erit quam AF, ergo maior quam AX, rectangulum enim FAX æquale eſt quadrato AI. Cum Itaque AI maior ſit quam AX, erit & AK maior, àtque AE multo maior, & per conſequens mai or & AF. Quatuor igitur proportionalium AF AE AS AX minima eſt AX, vnde maxima AF, atque adeo XF maior * erit quam SE.

8. Tertij. 14. Quinti. 25. Quinti. vel Le. 7.

Cadente vero AF in conuexam circumferentiam FK argumentor hoc modo, ſed AF minor * eſt quam AE, ergo & * AS minor erit quam AX. Et quoniam ponitur AI non minor quam AK, ea maior erit quam AF, & per conſequens minor quam AX, rectangulum enim FAX æquatur * quadrato AI. Cum igitur AI minor ſit quam AX, erit minor & AK, & AE multo minor, & conſequenter minor quoque & AF. Sic igitur quatuor proportionalium AF AE AS AX maxima erit AX, minima vero AF, atque adeo XF maior * erit quam SE, quod & ſuperiori caſu demonſtrauimus.

8. Tertij. 14. Quinti. Lem. 5. 25. Quinti vel Lem. 7.

In vtroque caſu igitur, quoniam eſt vt AG ad AC ita * FC ad CX, & ita * EB ad BS, erit FC ad CX vt EB ad BS, & exiſtente C inter XF erit conuertendo & componendo, exiſtente vero F inter XC, erit conuertendo & diuidendo, at exiſtente X inter FC, erit per conuerſionem rationis & conuertendo vt XF ad FC ita SE ad EB, ſed XF oſtenſa eſt maior quam SE, ergo & FC maior erit quam EB. Eademque ratione demonſtrabitur omnibus alijs maior. Maxima eſt igitur FC.

Lem. 5. Corol. Lem. 5.

Et quoniam æqualia * ſunt rectangula EAS YAK, erit vt * AE ad AK ita AY ad AS, ſi igitur AF cadit in concauam circumferentiam FK, ſic argumentor, ſed AE maior * eſt, quam AK, ergo & * AY maior erit quam AS. Et quoniam ponitur AI non maior quam AK, ea minor erit quam AE, maior autem quam AS, rectangulum enim EAS æquatur quadrato AI. Cum igitur AI maior ſit quam AS, erit & AK maior, & AE multo maior. Atque adeo quatuor proportionalium AE AK AY AS minima erit AS, & per conſequens * maxima AE, quare SE * maior erit quam YK.

16. Quinti. 8. Tertij. 14. Quinti. Lem. 8. 25. Quinti. vel Lem. 7.

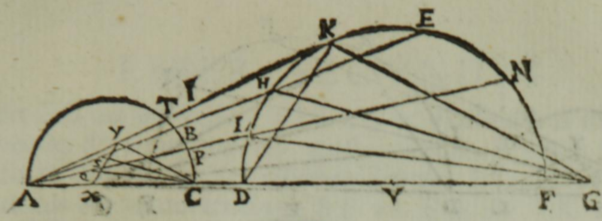
Si vero AF in conuexam FK circumferentiam cadit, argumentabor in hunc modum, ſed AE minor * eſt quam AK, ergo & AY minor erit quam AS. Et quoniam ponitur AI non minor quam AK, ea maior erit quam AE, vnde minor quam AS, rectangulum enim EAS æquale * eſt quadrato AI. Cum igitur AI minor ſit quam AS, erit minor, & AK, atque AE multo minor. Itaque quatuor proportionalium AE AK AY AS maxima erit AS, minima * vero AE, ergo SE maior erit quam YK. Idemque demonſtrauimus & ſupra.

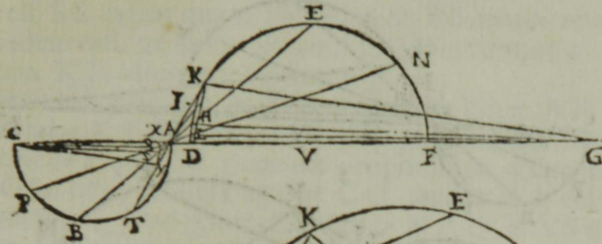
8. Tertij. Lem 5. Lem. 8.

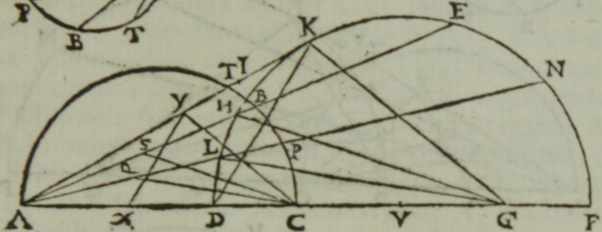
Lem. 5. Et quoniam eſt vt AG ad AC ita * EB ad BS, & ita * KT ad

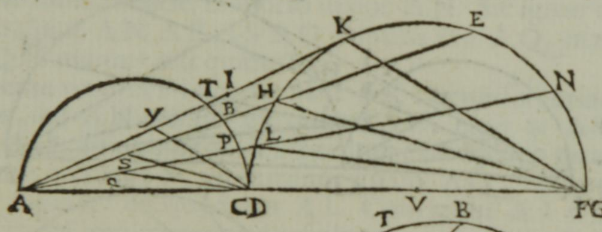
TY,

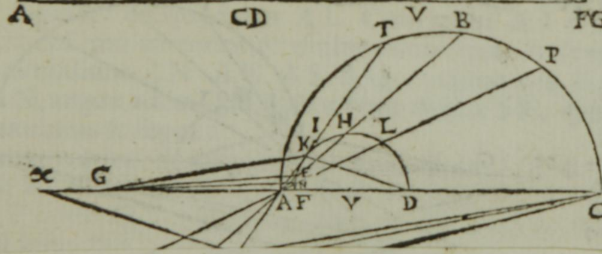
22 bis











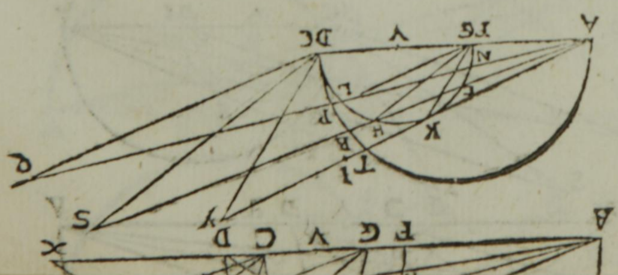
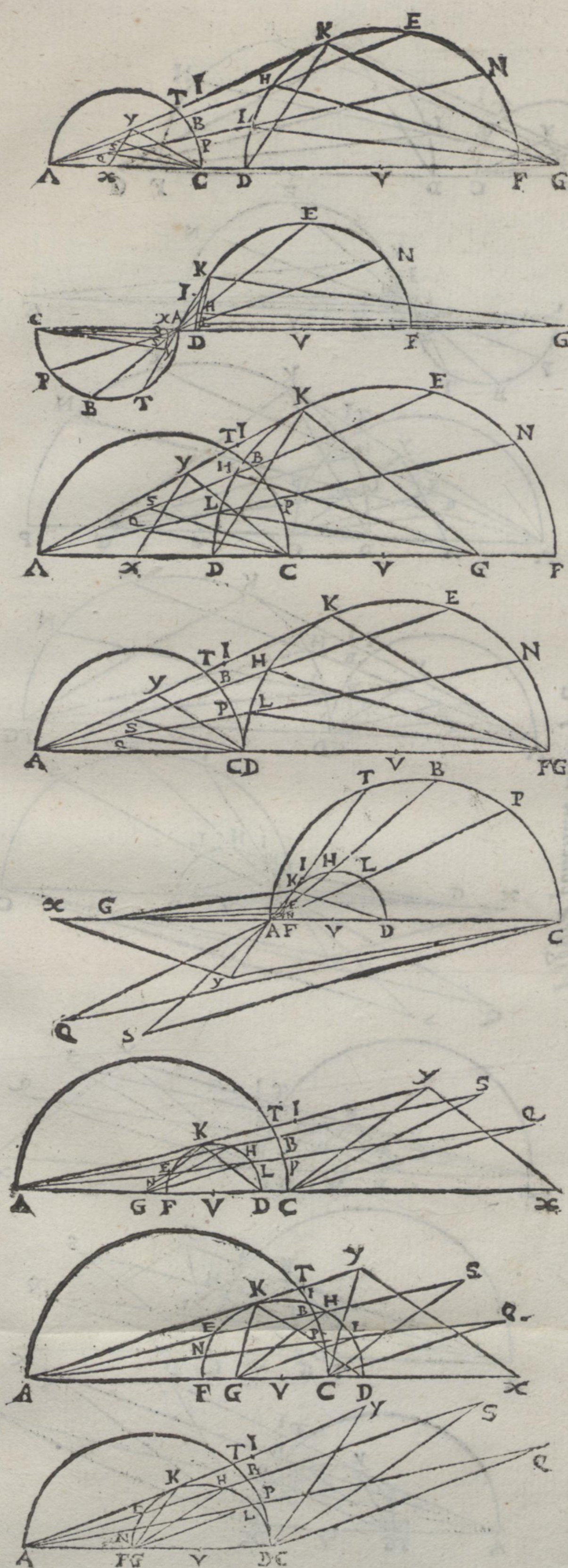
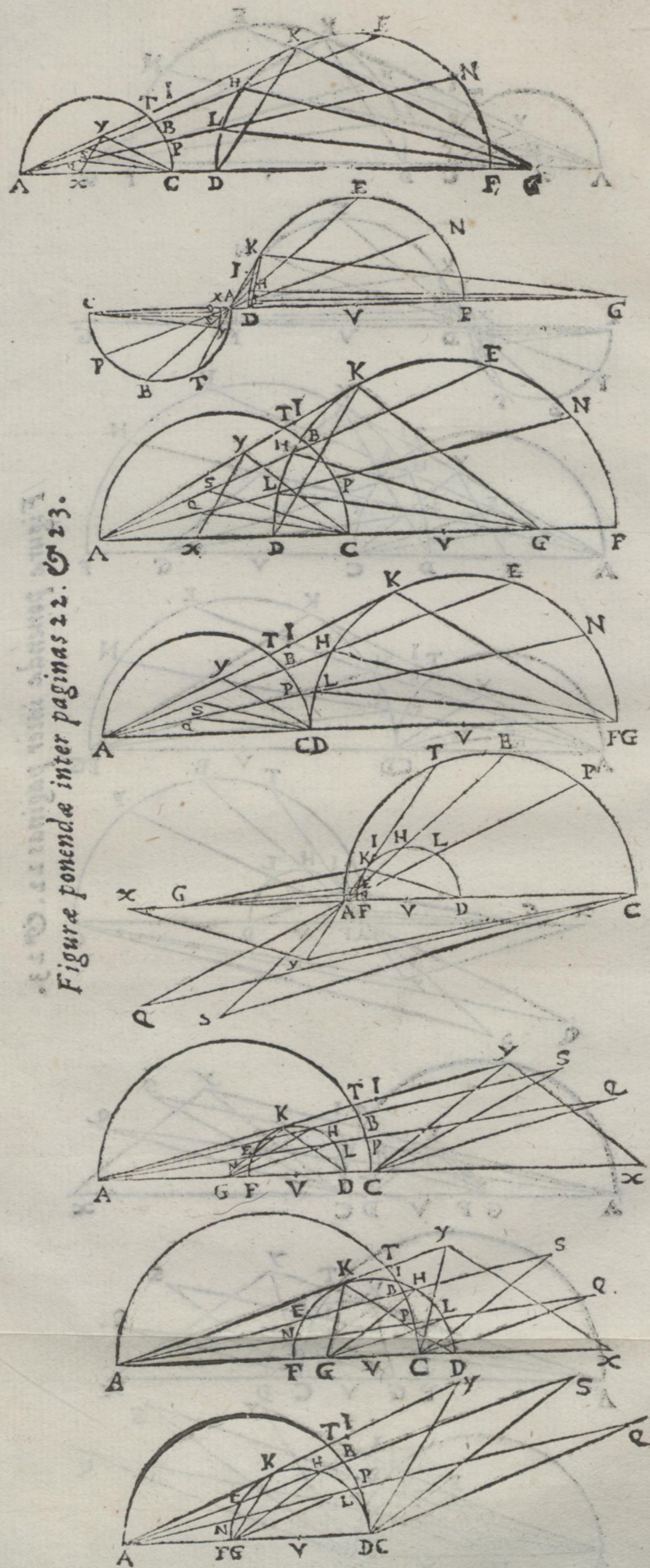


Figure ponende inter paginas 22. & 2

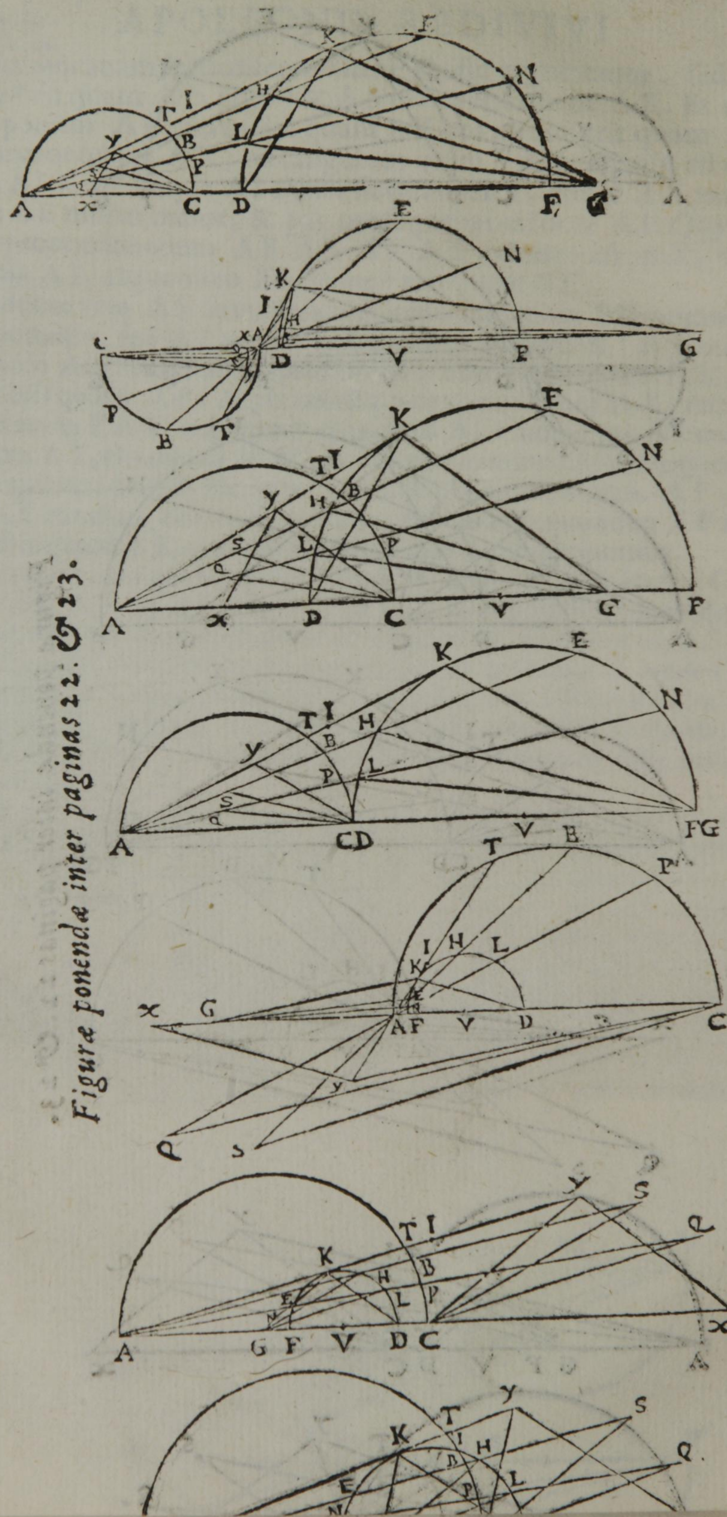
22 bis



Figuræ ponendæ inter paginas 22. & 23.



Figuræ ponendæ inter paginas 22. & 23.



Figuræ ponendæ inter paginas 22. & 23.

TY, erit EB ad BS vt KT ad TY, & existente B inter ES, erit conuertendo & componendo, existente vero E inter SB erit conuertendo & diuidendo, at existente S inter EB erit per conuersionem rationis & conuertendo vt SE ad EB ita YK ad KT, sed ostensa est SE maior quam YK, ergo & EB maior erit quam KT. atque eadem ratione demonstrabimus quamcunque aliam maiorem esse quam KT. Minima est igitur KT.

Denique ducatur per A vtcunque recta linea ANP secans circumferentias KF TC in punctis NP, circumferentiam vero KD in L, & sit NP ipsi FC maximæ propinquior quam EB, & conectatur GL, cui parallela agatur CQ secans NA vel ei productæ occurrens in Q. Duo igitur rectangula NAQ EAS æqualia erunt quare vt AN ad AE, ita erit AS ad AQ. Cadente quidem AF in concauam circumferentiam FK hoc modo argumentor, sed AN maior * est quam AE, ergo * & AS maior erit quam AQ. & quoniam AI non est maior quam AK, sic enim ponitur, ea minor erit quam AN, & consequenter maior quam AQ, quia rectangulum NAQ æquatur * quadrato AI. Cum igitur AI maior sit quam AQ, erit AE multo maior, & multo maior AN. Sic igitur quatuor proportionalium AN AE AS AQ minima erit AQ, maxima * AN, vnde QN maior * erit quam SE. *8. Tertij. 14. Quinti. Lem. 5. Lem 8. 25. Quinti.*

Cadente vero AF in conuexam FK circumferentiam, sic argumentor, sed AN minor * est quam AE, ergo & AS* minor erit quam AQ. Et quoniam AI ponitur non minor quam AK, ea maior erit quam AN, vnde minor quam AQ, rectangulum enim NAQ æquale * est quadrato AI. Cum igitur AI minor sit quam AQ erit AE multo minor, & multo minor ipsa AN; vnde quatuor proportionalium AN AE AS AQ maxima erit AQ,* minima vero AN, atque adeo QN maior * erit quam SE, quod etiam demonstrauimus & supra. *vel Le 7. 8. Tertij. 14. Quinti. Lem. 5. Lem. 8. 25. Quinti. vel Le. 7.*

Quoniam igitur in vtroque casu vt AG ad AC ita * est NP ad PQ & ita * EB ad BS, erit NP ad PQ vt EB ad BS, & existente P inter QN, erit conuertendo & componendo, existente vero N inter QP, erit conuertendo & diuidendo, at existente Q inter PN, erit per conuersionem rationis, & conuertendo vt QN ad NP ita SE ad EB, sed QN maior est, quàm SE vt demonstrauimus, ergo & * NP quàm EB maior erit, hoc est propinquior FC maximæ maior quam ea quæ est remotior. Maior igitur rectarum KT FC maxima est omnium, quæ ad A pertingentes inter circumferentias KF TC interijciuntur, minor vero minima, atque propinquior maximæ maior remotiore, quod erat ostendendum. *Lem. 5. 14. Quinti.*

Facilius & expeditius in semicirculis se inuicem secantibus aut tangentibus ac etiam in mltis alijs propositum posset demonstrari,

strari, sed eam demonstrationem breuitatis causa omittimus, quandoquidem illa superiori quæ est vniuersalis & ad omnes casus consentanea idem præstitimus.

Idem autem Lemma posset quoque ita enunciari.

SInt duo semicirculi ABC DEF in directum bases habentes, & recta AK contingens semicirculum DEF in K, secet ipsum ABC in T, & ex centro circuli DEF quod sit V ponatur VG æqualis VC. Sit autem in semicirculis, quorum alter reliquum includit, ratio AD ad AF non minor ratione AG ad AC, in semicirculis vero ex opposito existentibus, non maior. Dico maiorem rectarum KT FC maximam esse omnium quæ per A ductæ inter circumferentias KF TC interijciuntur, minorem vero minimam. Aliarum autem propinquiorem maximæ, remotiore maiorem esse.

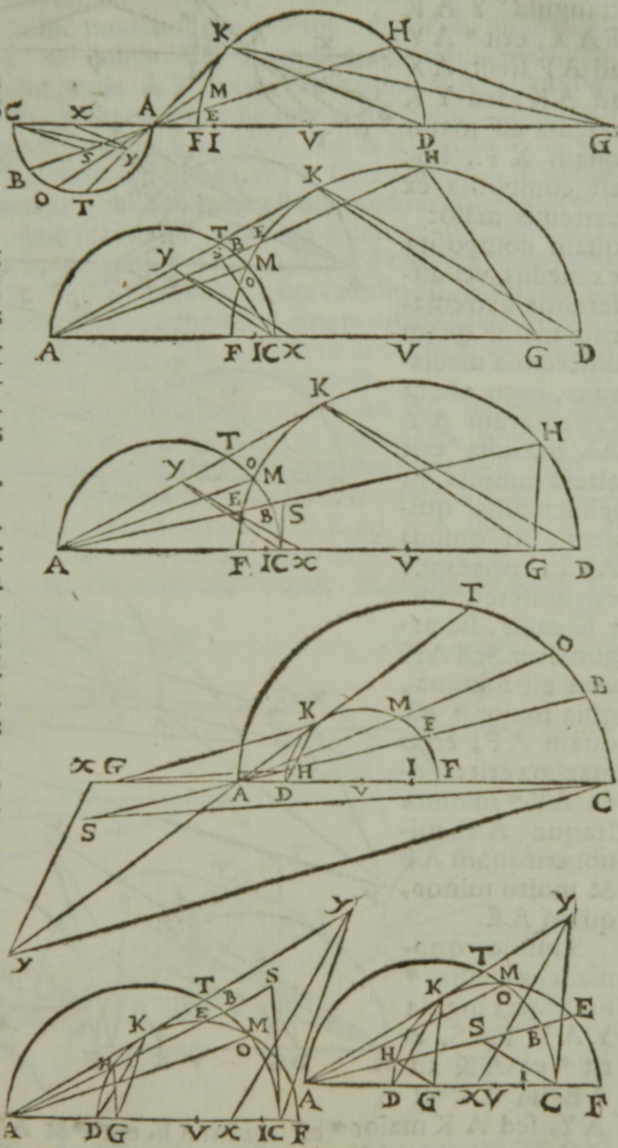
Sed huiusmodi enunciatio parum commoda videtur, neque enim omnes casus amplecti potest, neque in hanc formulam sequens Lemma aut vigesimum possent bene concipi. Ideo priore vtimur tanquam commodiore & clariore.

Lemma XVI.

IIsdem positis. Sit autem AI minor maiori rectarum AF AK, maior minore. Ergo à puncto A ad circumferentiam FK poterit duci recta AM ipsi AI æqualis. Ducatur igitur, & producatur ad circumferentiam ABC in O. Dico maiorem rectarum KT FC maximam esse omnium, quæ per A ducuntur & inter circumferentias KF TC interijciuntur, minimam vero MO. Aliarum autem

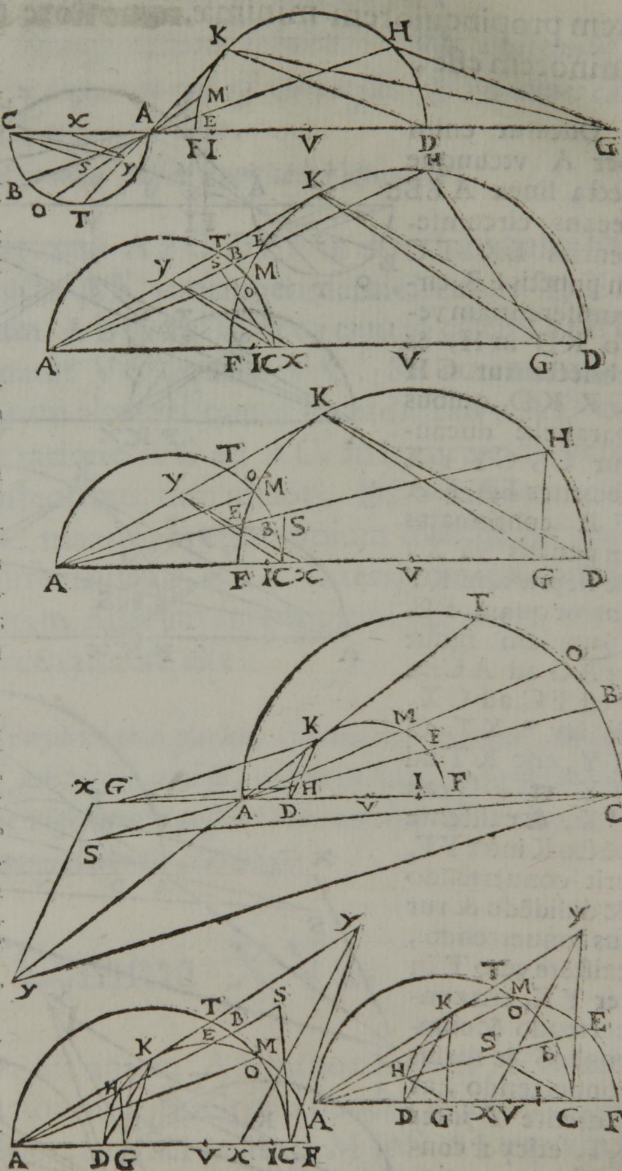
tem

tem propinquiorem minimæ, remotiore ex eadem parte minorem esse.



Ducatur enim per A vtcunque recta linea AEBC secans circumferentias EK TC in punctis EB, circumferentiam vero KD in H, & conectantur GH GK KD, quibus parallelæ ducantur CS CY YX secantes EA KA FA continuatas in punctis SYX, & sit primum KT maior quam FC. Quoniam igitur vt AG ad AC ita *est FC ad CX, & ita * KT ad TY, erit KT ad TY vt FC ad CX, & existente pūcto K inter YT, erit conuertendo & diuidēdo & rursus conuertendo, existēte vero T in ter YK, erit conuertendo & componēdo & rursus conuertendo, at existente Y inter KT, erit per conuersionem rationis, vt KT ad YK ita FC ad XF, sed KT ponitur maior quàm FC: Ergo * & YK quam XF maior erit. Lem.5. 14.Quinti.

D Et



Corol. Lem. 5. 16. Sexti. Et quoniam æqualia * sunt rectangula YAK FAX, erit* AY ad AF sicut AX ad AK, sed YK ostensa est maior quam XF, hoc est composita ex extremis maior quam composita ex medijs, vel differentia extremarum maior quam differentia mediarum, ergo altera extremarum AY AK maxima * erit altera minima. In semicirculis quidem, in quibus AF in conuexam circumferentiam FK cadit, sic argumẽtor. Sed AK non est minima, quia maior * est quàm AF, ergo maxima erit; Vnde AY* minima. Itaque AY minor erit quàm AF & multo minor, quàm AE.

Lem. 9. et Le. 10. 8. Tertij. Lem. 8.

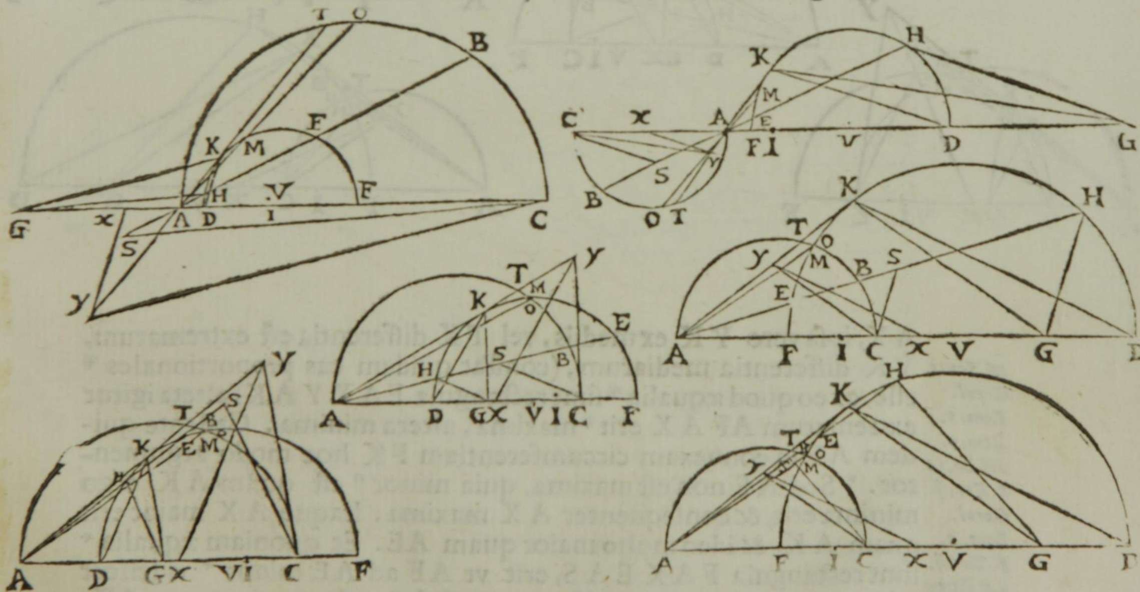
Corol. Lem. 5. 16. Sexti. 8. Tertij. 14. Quinti. Lem 8. Similiter quoniam æqualia * sunt rectangula YAK EAS, erit * vt AK ad AE ità AS ad AY, sed AK maior * est quàm AE, ergo* & AS maior erit quam AY. Cum igitur AY minor sit quàm AS, & minor quam AE vt demonstrauimus, ac etiã minor quã AK, erit ipsa AY minima quatuor proportionaliũ AK AE AS AY, ergo maxima* AK. Atque

adeo

adeò Y K cõpoſita ex maxima & minima, vel earundẽ differentia, * maior erit quàm S F cõpoſita ex reliquis, vel reliquarũ differentia. 25 Quinti. vel Le 7.

In ſemicirculis vero, in quibus A F cadit in concauam circumferentiam F K in hunc modum argumentor. Sed A K non eſt maxima, quia minor * eſt quàm A F, Ergo minima erit, & conſequenter * A Y maxima, vnde A Y maior erit quàm A F, & multo maior quàm A E. Et quoniam æqualia ſunt rectangula Y A K E A S, erit * vt A K ad A E ita A S ad A Y, ſed A K minor * eſt quam A E, ergo & A S minor erit quam A Y. Cum itaque A Y maior ſit quàm A S, & maior quam A E, vt eſt demonſtratum, ac etiam maior quàm A K, erit ipſa A Y maxima quatuor proportionalium AK AE AS AY, minima * vero A K, ſed compoſita ex maxima & minima maior * eſt quam compoſita ex reliquis, Similiter & differentia maximæ & minimæ maior * quam differentia reliquarum, ergo Y K maior erit quam SE, quod etiam cadente A F in conuexam circumferentiam F K demonſtrauimus. 8. Tertij. Lem. 8. Corol. Lem. 5. 16. Sext 8. Tertij Lem 8. 25. Quinti. Lem. 7.

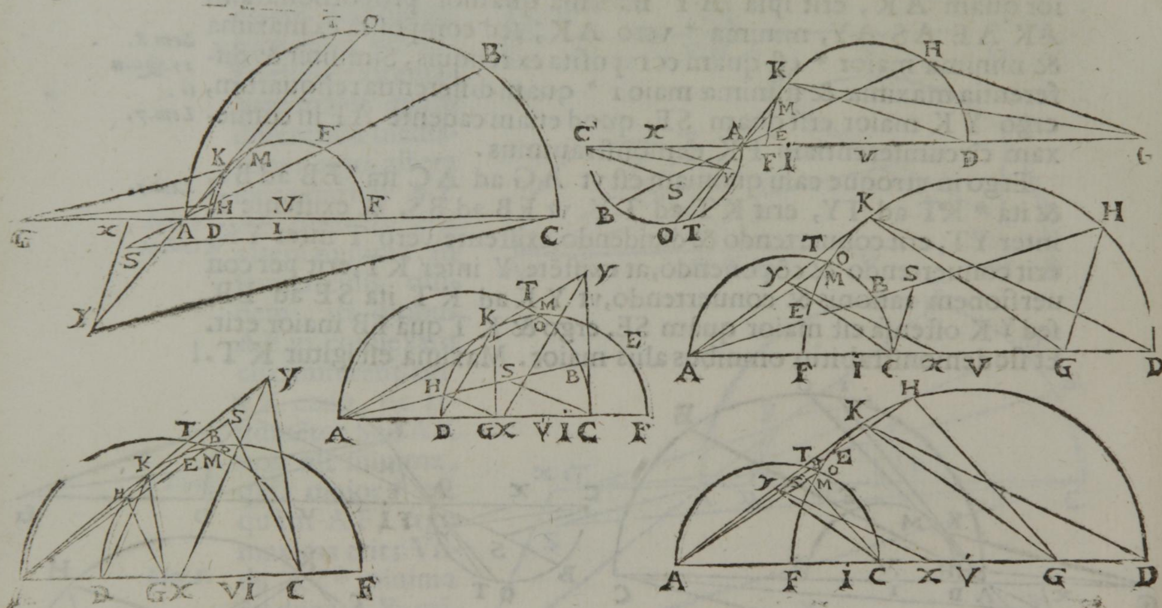
Ergo in vtroque caſu quoniam eſt vt A G ad A C ità * EB ad BS, & ità * KT ad TY, erit KT ad T Y vt EB ad BS, & exiſtente K inter YT, erit conuertendo & diuidendo, exiſtente vero T inter YK, erit conuertendo & cõponendo, at exiſtẽte Y inter KT, erit per conuerſionem rationis & conuertendo, vt Y K ad K T ita S E ad EB, ſed Y K oſtenſa eſt maior quàm SE, ergo & K T quã EB maior erit. Et ſic demonſtrabitur omnibus alijs maior. Maxima eſt igitur K T. Lem. 5.



Sed ſit F C maior quam KT. Quoniam igitur vt AG ad AC

 ita

Lem. 5. ita * est FC ad XC, & ita * KT ad TY, erit FC ad CX vt KT ad TY, & existente K inter YT, erit conuertendo & diuidendo ac rursus conuertendo, existente vero T inter YK, erit conuertendo & cõponendo & iterum conuertendo, at existente Y inter KT, erit per conuersionem rationis, vt FC ad FX ità KT ad KY, sed FC ponitur maior quàm KT, ergo & FX maior erit quam YK, sed FX cõposita est ex extremis quatuor proportionalium AF, AY AK



AX, ipsa vero YK ex medijs, vel FX differentia est extremarum, 16. Sexti. YK differentia mediarum, (constat quidem eas proportionales * Corol. esse, ex eo quod æqualia * sunt rectangula FAX YAK) altera igitur Lem. 5. extremarum AF AX erit * maxima, altera minima. Cadente qui- Lem. 9. vel Le. 10 dem AF in conuexam circumferentiam FK hoc modo argumen- 8. Tertij. tor. * Sed AF non est maxima, quia minor * est quàm AK, ergo Corol. minima erit, & consequenter AX maxima. Itaque AX maior erit Lem. 5. quam AK, & ideo multo maior quam AE. Et quoniam æqualia * 8. Tertij. sunt rectangula FAX EAS, erit vt AF ad AE minor * videlicet 14. Quinti. ad maiorem ita AS ad AX, ergo & * AS minor erit quam AX,

seu

ſeu quod idem eſt A X maior quam A S, ſed A X oſtenſa eſt quoque maior quam A E, & tanto manifeſtius maior eſt quam A F. Ergo quatuor proportionalium A F A E A S A X maxima erit A X, & per conſequens * minima A F, vnde X F maior * erit quam S E. Lem. 8. 25. Quinti.

Cadente vero A F in concauam circumferentiam F K, ſic argumentor. Sed A F non eſt minima, quia maior * eſt quam A K, ergo maxima erit, vnde * A X minima, ſic igitur A X minor erit quàm A K, & conſequenter multo minor quàm A E. Et quoniam propter * æqualitatem rectangulorum F A X E A S * eſt vt A F ad A E, maior * videlicet ad minorem, Ità A S ad A X, ergo & A S maior erit quàm A X, hoc eſt A X minor quàm A S, ſed A X oſtenſa eſt minor quàm A E, & conſequenter minor etiam quam A F, Ergo quatuor proportionalium A F A E A S A X minima erit A X; quare A F * maxima, vnde X F maior * erit quàm S E, quod etiam demonſtrauimus, & ſupra. & Le. 7. 8. Tertij. Lem 8. Corol. Lem. 5. 16. Sexti 8. Tertij. Lem. 8. 25. Quinti.

Ergo in vtroque caſu quoniam eſt vt A G ad A C ita * F C ad C X & ita * E B ad B S, erit F C ad C X vt E B ad B S, & exiſtente E inter S B, erit conuertendo & diuidendo, exiſtente vero B inter S E, erit conuertendo & componendo, at exiſtente S inter E B, erit per conuerſionem rationis & conuertendo, vt X F ad F C ità S E ad E B, ſed oſtenſa eſt X F maior quàm S E, ergo & F C quàm E B maior erit. Atque eadem ratione demonſtrabitur maior omnibus alijs. Quare maxima eſt F C. & Le. 7. Lem. 5.

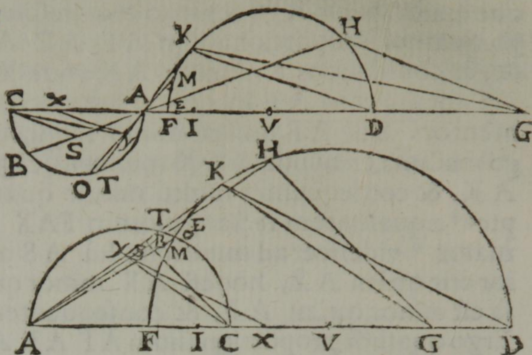
Sed

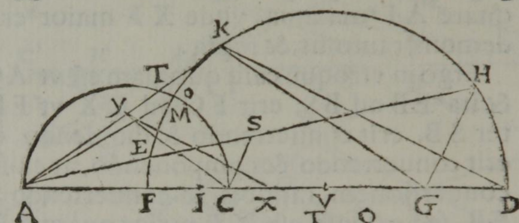
Sed sint æquales K T F C. Quoniam igitur vt A G ad A C ita * est F C ad C X, & ita * K T ad T Y, erit F C ad C X sicut K T ad T Y, sed F C ponitur æqualis K T, ergo & C X æqualis erit T Y, quare per subductionem vel additionem æqualium æqualibus erunt æquales & X F Y K, sed X F composita est ex extremis quatuor proportionalium F A A Y A K A X, ipsa vero Y K ex medijs, vel X F differentia est extremarum, Y K differentia mediarum, (Constat quidem eas*proportionales esse, ex eo quod rectangula F A X Y A K æqualia* sint) ergo F A A X ipsis Y A A K æquales*erunt, maior videlicet maiori, minor minori. Itaque F A æqualis erit alteri ipsarum Y A A K, sed non est æqualis ipsi A K, hæc enim tangit circulum D E F, illa vero secat. Ergo ipsa F A æqualis erit ipsi A Y.

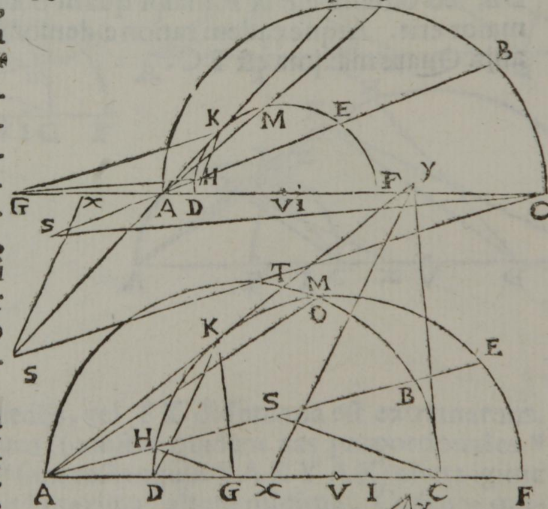
Lem. 5. *16. Sexti.* *Corol. Lem. 5.* *Lem. 11.*

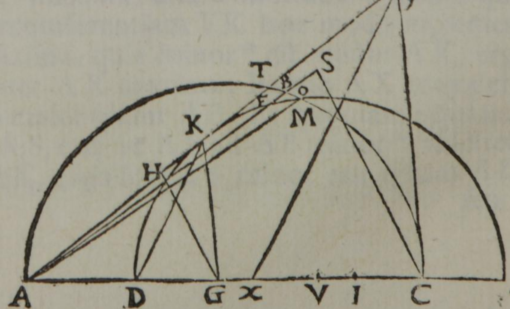
Et quoniam æqualia *sunt rectangula Y A K E A S, erit*A Y ad A E vt A S ad A K. Cadente autem A F in conuexam circumferentiam F K sic argumentor. Sed A Y, cum sit ostensa æqualis ipsi A F, minor*est quã A E, ergo & A S minor erit

Corol. Lem. 5. 16. Sexti. *8. Tertij.*

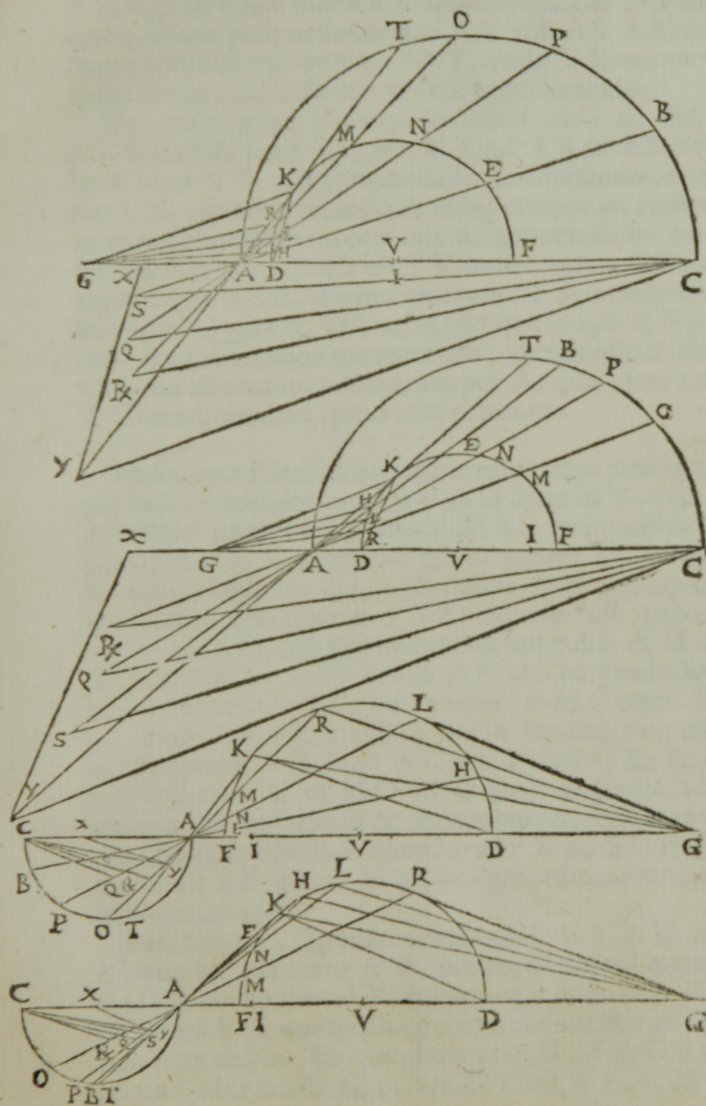








Ponatur hoc folium ſub lineæ 21. paginæ 31. Ne ſuperiorem partem ipſius paginæ operiat, & figuræ reſpiciant ipſam paginam, & caſui incipienti iam verò *ſeruiant.*



erit quàm A K, est autèm & A E minor quàm A K, & A Y multo minor. Quatuor igitur proportionalium A Y A E A S A K maxima erit A K, & consequenter* minima A Y, vnde Y K maior* erit quam S E. Lem.8. 25.Quinti &

Cadente vero A F in concauam circumferentiam F K, argumentor hoc modo. Sed A Y cum sit æqualis ipsi A F maior* est quam A E; ergo & * A S maior erit quam A K, & A Y multo maior. Itaque quatuor proportionalium A Y A E A S A K minima erit A K, & per consequens maxima *A Y, vnde Y K maior* erit quam S E, quod etiam demonstratum est & superiori casu. Lem.7. 8.Tertij. 14.Quinti. Lem 8. 25.Quinti &

Quoniam igitur in vtroque casu vt A G ad A C ita* est E B ad B S, & ita* K T ad T Y, erit K T ad T Y vt E B ad B S, & existente K inter Y T, erit conuertendo & diuidendo, existente vero T inter Y K, erit conuertendo & componendo, at existente Y inter K T, erit per conuersionem rationis & conuertendo, vt Y K ad K T ita S E ad E B, sed ostensa est Y K maior quam S E, ergo & K T maior erit quam E B. Eademque ratione demonstrabitur maior omnibus alijs. Quare & F C, cum sit æqualis ipsi K T, erit omnibus maior. Itaque vtraque maxima erit. Maior igitur rectarum K T F C maxima est omnium ductarum per A, quæ inter circumferētias K F T C interijciuntur, quod esto primum. Lem 7. Lem.5.

Iam vero ad demonstrandam minimam producatur vbi opus exigit A M, vt circumferentiam K D secet in R, & iungatur G R, cui parallela agatur C ℞ secans M A continuatam in ℞. Rectangulum igitur M A ℞ æquale erit quadrato A I, hoc est quadrato A M, sunt enim æquales A I A M, quare A M æqualis erit ipsi A ℞. Et quoniam rectangulum F A X æquale* est quadrato A I, hoc est quadrato A M, proportionales erunt* A F A M A X, sunt autem & inæquales, recta enim A F vel ea producta transit per centrum circuli D E F, secus vero A M, ergo X F composita ex extremis maior erit quam dupla media, hoc est quam M ℞. Et quoniam est vt A G ad A C ita* F C ad C X, & ita* M O ad O ℞, erit F C ad C X vt M O ad O ℞, & existente X inter F C, erit per conuersionem rationis & conuertendo, existente vero F inter C X, erit conuertendo & diuidendo vt F X ad F C ita M ℞ ad M O, sed maior est F X quam M ℞, sic demonstrauimus, ergo & F C quam M O maior erit. Lem.5. 17.Sexti. Lem.5.

Pari ratione, Quoniam rectangulum Y A K æquatur* quadrato A I hoc est quadrato A M, proportionales* erunt A K A M A Y, sed sunt inæquales, A K enim tangit circulum D E F, A M vero secat, ergo Y K composita ex extremis maior erit quam M ℞, media videlicet dupla. Et quoniam vt A G ad A C ita* est K T ad T Y, & ita* M O ad O ℞, erit vt K T ad T Y ita M O ad O ℞, & exi- Lem.5. 17.Sexti. Lem.5.

stente

ſtente Y inter K T, erit per conuerſionem rationis & conuertendo, exiſtente vero K inter Y T, erit conuertendo & diuidendo, vt Y K ad K T ita M ℞ ad M O, ſed Y K oſtenſa eſt maior quam M ℞, ergo & K T maior erit quam M O.

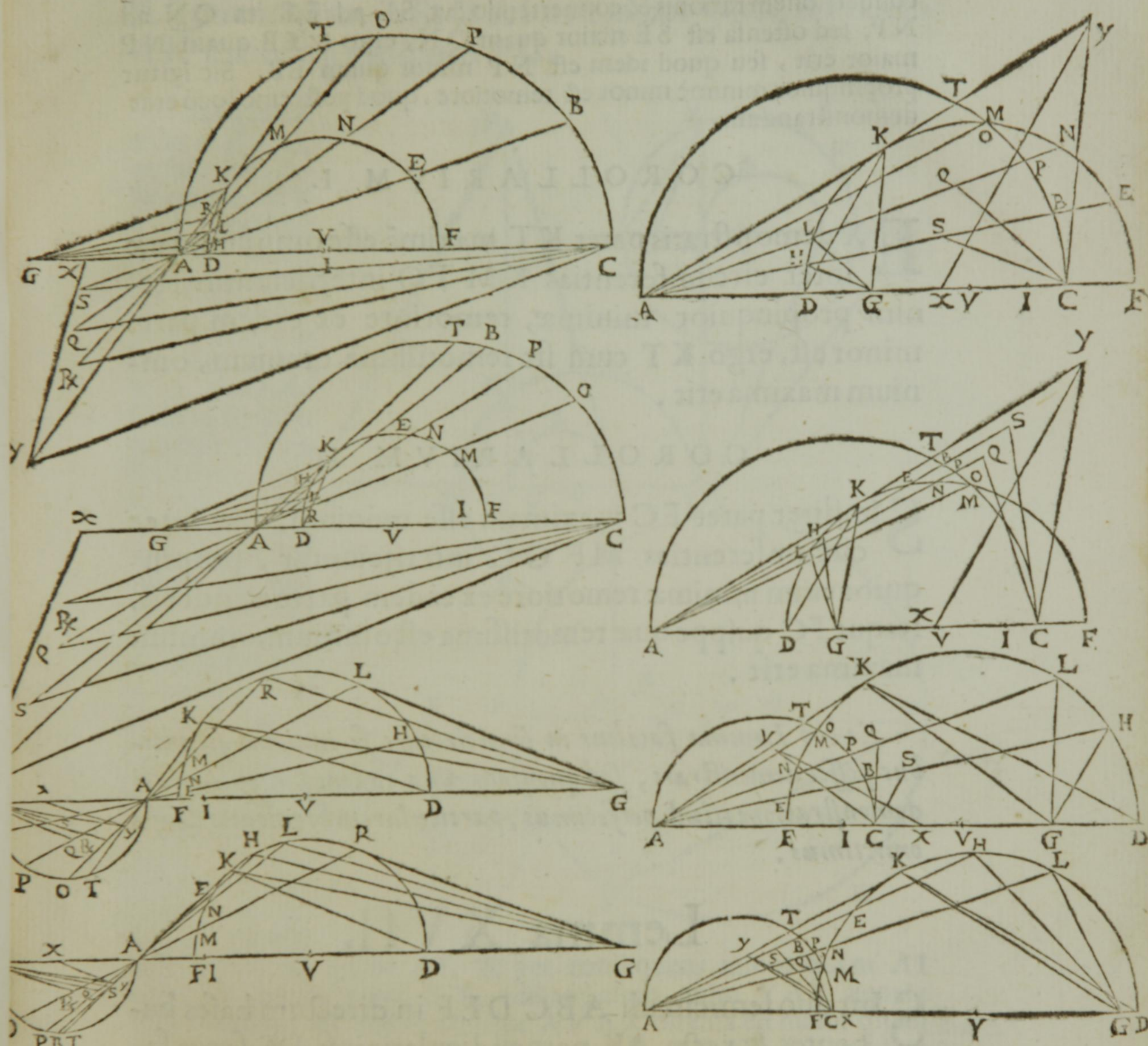
Lem. 5. Aequè quoniam rectãgulum E A S æquale* eſt quadrato A I, hoc
17. Sexti. eſt quadrato A M, proportionales* erunt A E A M A S, ſed & inæ-
8. Tertij. *quales, ergo E S compoſita ex extremis maior erit quam dupla media, hoc eſt quam M ℞. Et quoniam eſt vt A G ad A C ita* E B ad
Lem. 5. B S, & ita* M O ad O ℞, erit E B ad B S vt M O ad O ℞, & exiſtente S inter E B, erit per conuerſionem rationis & conuertendo, exiſtente vero E inter B S, erit conuertendo & diuidendo, vt S E ad E B ita M ℞ ad M O, ſed S E maior eſt quam M ℞ vt demonſtrauimus, ergo & E B quam M O maior erit. Atque eadem ratione demonſtrabimus omnes alias maiores eſſe ipſa M O. Minima eſt igitur M O omnium quæ ad A pertingentes inter circumferentias K F T C interijciuutur, quod eſto ſecundum.

Et ſi in ſemicirculis ſe inuicem ſecantibus non datur minima, ea enim quæ propinquior eſt puncto ſectiones remotiore ex eadem parte ſemper minor eſt, ſed vt omnibus figuris vna eademque demonſtratio conueniat, in ſemicirculis ſe ſe ſecantibus punctum ſectionis vocetur minima.

Ducatur ergo per A quæuis recta linea A N P ſecans circumferentias K F T, C in punctis N P ita vt N P minimæ M O ſit propinquior quam E B, eaque ſecet circumferentiam K D in L, ſitque N P E B ex eadem parte minimæ, & iungatur G L, cui parallela ducatur C Q ſecans N A, vel ei productæ occurrens in Q. Aequalia
Corol. igitur* erunt rectangula E A S N A Q, quare vt A E ad A N ita
Lem. 5. erit A Q ad A S, ſi igitur A E maior ſit quam A N, ſunt* enim
8. Tertij. inæquales, erit & A Q maior quam A S, ſed A Q minor eſt quam
Lem. 5. A N rectangulum enim N A Q æquatur* quadrato A I, hoc eſt
8. Tertij. quadrato A M, & eſt A N* maior quam A M, ergo ipſa A N maior erit quam vtraque ipſarum A Q A S, & per conſequens A E multo maior. Sic igitur quatuor proportionalium A E A N A Q
Lem. 8. A S maxima erit A E, minima* vero A S, vnde S E maior erit quam
25. Quinti. Q N, compoſita enim ex maxima, & minima maior* eſt quam com-
vel Le. 7. poſita ex reliquis, ſimiliter & differentia maximæ & minimæ* maior quam differentia reliquarum.

Idem demonſtrabimus ſi A E minor ſit quam A N, nam cum ſint proportionales A E A N A Q A S, & A E minor quam A N, erit & A Q minor quam A S, ſed A Q maior eſt quam A N, quia rectan-
Lem. 5. gulum N A Q æquale* eſt quadrato A I, hoc eſt quadrato A M, &
8. Tertij. A N minor* quam A M. Ergo A N minor erit vtraque ipſarum A Q A S, & conſequenter A E multo minor. Itaque quatuor proportionalium A E A N A Q A S minima erit A E, vnde maxima

A S, &



AS, & ideo SE maior erit quam QN, quod demonstrauimus & supra.

Quoniam igitur in vtroque casu est vt AG ad AC ita *EB ad BS, & ita *NP ad PQ, erit EB ad BS vt NP ad PQ, & existente E inter SB, erit conuertendo & diuidendo, existente vero B inter SE, erit conuertendo & componendo, at existente S inter EB, erit per *Lem. 5.*

conuersionem rationis & conuertendo, vt SE ad EB ita QN ad NP, sed ostensa est SE maior quam QN, ergo & EB quam NP maior erit, seu quod idem est NP minor quam EB. Sic igitur propinquior minimè minor est remotiore, quod postremo loco erat demonstrandum.

COROLLARIVM I.

EX demonstratis patet KT maximā esse omnium, quæ inter circumferentias KMTO interijciuntur, etenim propinquior minimæ, remotiore ex eadem parte minor est, ergo KT cum sit remotissima omnium, omnium maxima erit.

COROLLARIVM II.

SImiliter patet FC maximam esse omnium, quæ inter circumferentias MF OC interijciuntur, propinquior enim minimæ remotiore ex eadem parte minor est, itaque FC quippe quæ remotissima est omnium, omnium maxima erit.

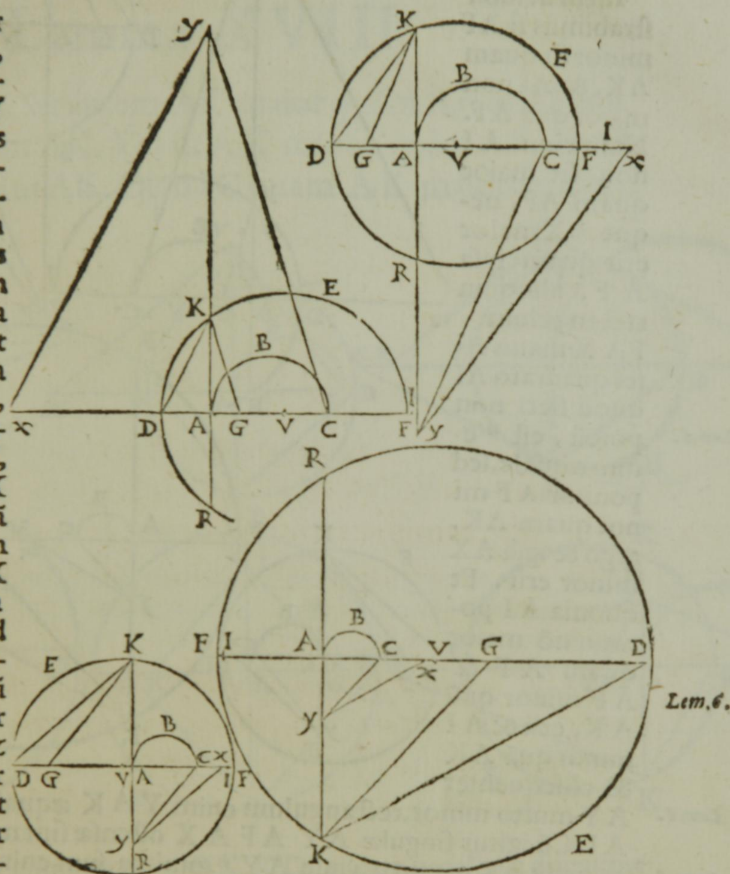
Et hoc Lemma facilius in semicirculis se inuicem secantibus posset demonstrari, sed quoniam vna eademque vniuersali demonstratione illud perfecimus, particularem breuitatis causa omittimus.

Lemma XVII.

SInt duo semicirculi ABC DEF in directum bases habentes, & recta AK perpendicularis ipsi DF secet semicirculum DEF in K, & ex centro circuli DEF, quod
Lem.3. sit V ponatur VG æqualis VC, & fiat * vt AG ad AC ita quadratum AK ad quadratum AI. Sit autem AF maior quam AK, & AI non minor quam AF. Vel sit

AF mi-

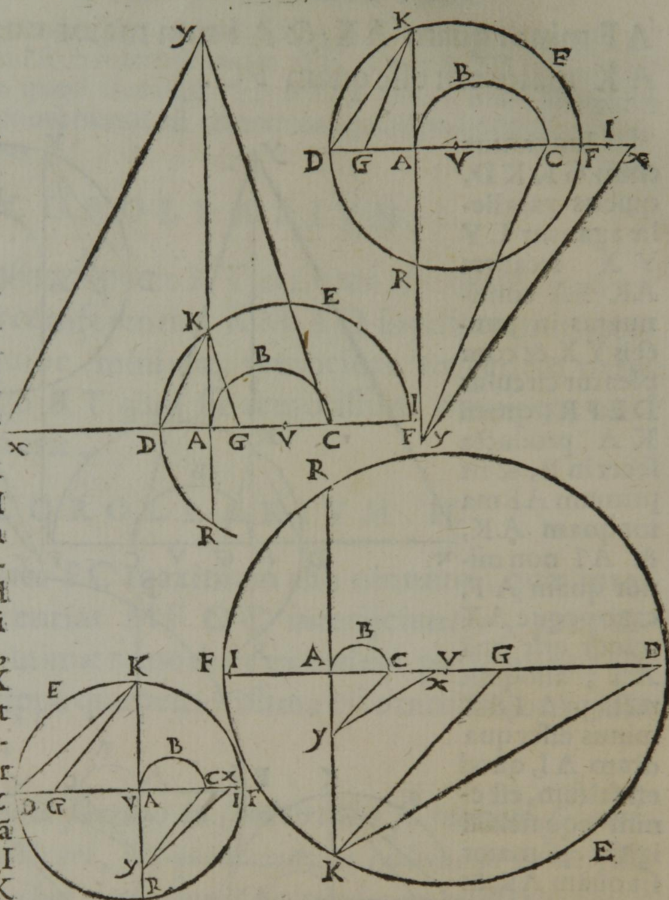
AF minor quam AK, & AI non maior quam AF. Dico AK maiorem esse quam FC.



Iungantur enim GK KD, quibus parallelæ agantur CY YX secantes AK FA continuatas in punctis Y X, & compleatur circulus DEFR, quem KA producta secet in R, & sit primum AF maior quam AK, & AI non minor quam AF, ergo neque AX minor erit quã AF, alioquin rectãgulũ FAX minus esset quadrato AI, quod est falsum, est enim* æquale. Cũ igitur AF maior sit quàm AK, & AX non minor quàm AF, erit ipsa AX maior quam AK. Similiter quoniã AK minor est quam AF, & per consequens minor quàm AI erit AY maior quam AK, rectangulum enim YAK æquale * est quadrato AI, sed & vtraque AF AX ostensa est maior quam AK, ergo quatuor proportionalium AK AF AX AY minima erit AK, & consequenter maxima * AY, (constat quidem* eas proportionales esse, quia æqualia* sunt rect angula YAK FAX) quare YR maior erit quam XF, æqualis enim compositæ ex maxima & minima maior* est quam composita ex reliquis, similiter & ea quæ æqualis est differentiæ inter maximam & minimam maior*

Lem.6. Lem.6. Lem.8. 16.Sexti. Corol. Lem.6. 25.Quinti. Lem.7.

est quam reliquarum differentia.



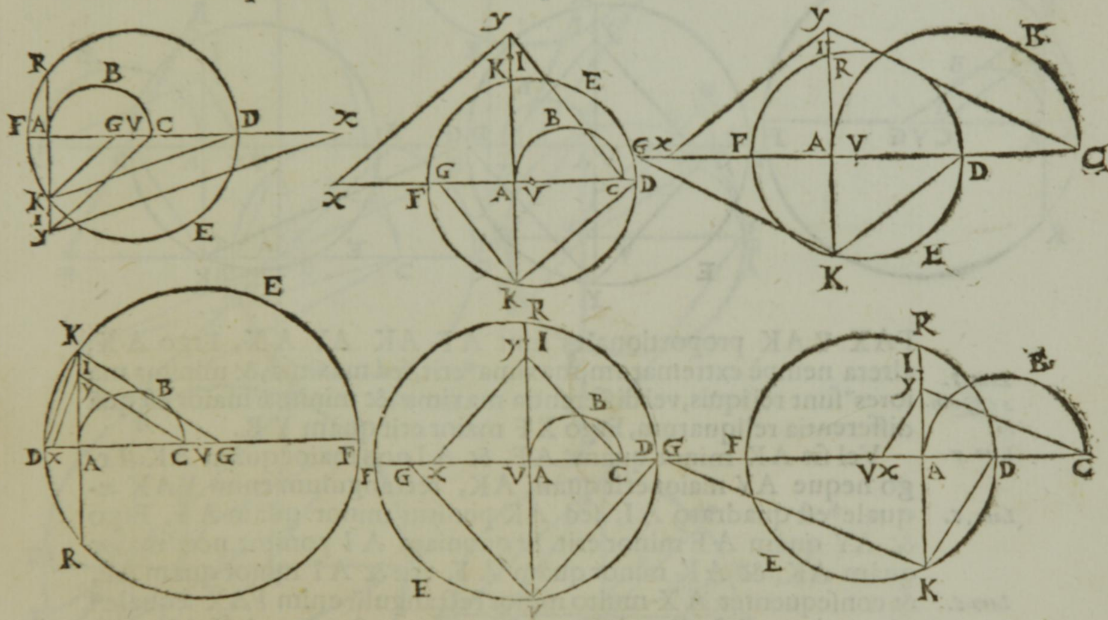
Idem demonstrabimus si AF minor sit quam AK, & AI non maior quã AF. Nam cum AI non sit maior quam AF, neque AX maior erit quam ipsa AF, alioquin rectangulum FAX maius esset quadrato AI quod fieri non
Lem.6. potest, est * enim æquale, sed ponitur AF minor quam AK, ergo & ipsa AX minor erit. Et quonia AI ponitur nõ maior quam AF & AF minor quã AK, erit & AI minor quã AK & cõsequenter
Lem.6. AY multo minor, rectangulum enim YAK æquale * est quadrato
AI. Cũ igitur singulæ AY AF AX ostensæ sint minores quã AK,
Lem 8. erit ipsa AK maxima, vnde AY * minima, sunt enim proportionales
16. Sexti. * AK AF AX AY propter æqualitatem * rectangulorum YAK
Corol. FAX, sed composita ex maxima, & minima maior * est quam
Lem.6. composita ex reliquis, vel maximæ & minimæ differentia maior *
25. Quinti. quam differentia inter reliquas, ergo YR maior erit quam XF, quod
Lem.7. etiam demonstrauimus & supra.

In vtroque igitur casu, quoniam est vt AG ad AC ita AK ad AY, & ita FC ad CX, erit AK, hoc est AR ad AY, vt FC ad CX, & existẽte puncto A inter puncta YR, erit conuertẽdo & componendo, existente vero R inter AY, erit conuertendo & diuidendo, at existente Y inter AR, erit per conuersionem rationis & conuertendo,

uertendo, vt Y R ad A R ita X F ad F C, sed ostensa est Y R maior quam X F, ergo & A R, hoc est A K maior erit quam F C, quod erat demonstrandum.

Lemma XVIII.

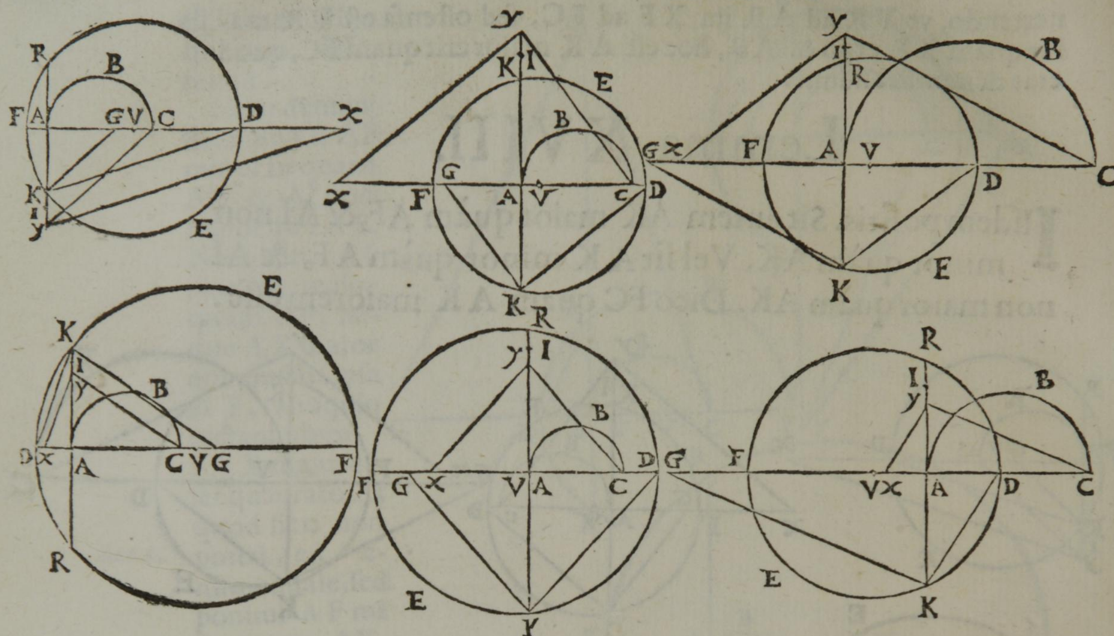
Iisdem positis. Sit autem AK maior quàm AF, & AI non minor quàm AK. Vel sit A K minor quàm A F, & AI non maior quàm AK. Dico FC quam A K maiorem esse.



Conectantur enim vt prius G K K D, eisque parallelæ ducantur C Y Y X, quas secent A K F A etiam continuatæ in punctis Y X, & compleatur circulus D E F R, quem K A producta secet in R. Et sit primum A K maior quàm A F, & A I non minor quàm A K Ergo neque AY minor erit quàm AK, rectangulum enim Y A K æquale * est quadrato A I. sed AK ponitur maior quàm A F, Ergo & AY maior erit quàm A F. Et quoniam A I ponitur non minor quàm AK, ea maior erit quàm A F, & A X multo maior, rectangulum enim F A X æquale * est quadrato A I. *Lem. 6.* *Lem. 6.*

Cum itaque vnaquæque ipsarum A X A K A Y maior sit quàm AF, erit ipsa A F minima. Sed propter æqualitatem *rectangulorũ *Corol. Lem. 6.*

FAX

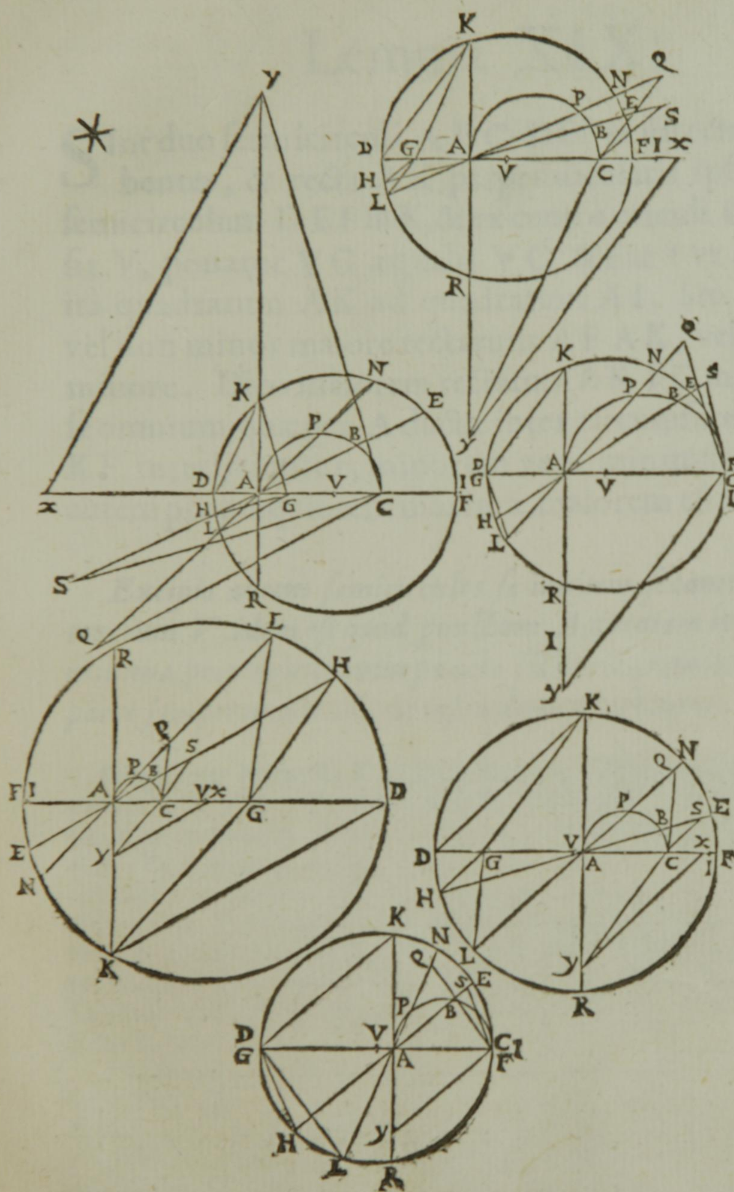


FAX YAK proportionales sunt AF AK AY AX, Ergo AX,
Lem.8. altera nempè extremarum, maxima*erit, sed maxima, & minima ma
25.Quinti. iores*sunt reliquis, vel differentia maximæ, & minimæ maior est quã differentia reliquarum, Ergo XF maior erit quàm YR.

Lem.7. Vel sit AK minor quàm AF, & AI non maior quàm AK. Ergo neque AY maior erit quàm AK, rectangulum enim YAK æ-
Lem.6. quale*est quadrato AI, sed AK ponitur minor quàm AF, Ergo & AY quàm AF minor erit. Et quoniam AI ponitur non maior quàm AK, & AK minor quàm AF, erit & AI minor quàm AF,
Lem.6. & consequenter AX multo minor rectangulũ enim FAX æquale* est quadrato AI. Cum igitur vnaquæque rectarum AX AY AK ostensa sit minor quàm AF, ipsa AF, maxima erit, vnde AX*mi
Lem.8. nima, sunt enim propter * æqualitatem rectangulorum FAX
Corol. YAK proportionales AF AK AY AX. Ergo XF, maxima vi-
Lem.6. 25.Quinti. delicet & minima, vel earum differentia, maior * erit quàm YR, quæ est composita ex reliquis, vel reliquarum differentia, quod etiam &
lem 7. in superiori casu demonstrauimus.

Lem.6. In vtroque igitur casu. Quoniam est vt AG ad AC ità*FC ad CX, & ità*AK ad AY, erit vt FC ad CX ità AK hoc est AR ad AY, & existente F inter XC, erit conuertendo & diuidendo, existente vero C inter FX, erit conuertendo & componendo, at existente X inter FC, erit per conuersionem rationis & conuertendo,

Ponatur hoc folium sub linea secunda paginæ 39. & figuræ respiciant ipsam paginam vt seruiant Lemmati xix.



vt X F ad F C ita Y R ad AK, sed X F ostensa est maior quàm Y R ergo & F C quàm AK maior erit, quod erat ostendendum.

Lemma XIX.

Sint duo sermicirculi A B C DEF in directum bases habentes, & recta A K perpendicularis ipsi D F secet semicirculum D E F in K, & ex centro circuli D E F, quod sit V, ponatur V G æqualis V C, & fiat * vt A G ad A C ità quadratum A K ad quadratum A I. Sit autem A I vel non minor maiore rectarum A F A K, vel non maior minore. Dico maiorem rectarum A K F C maximam esse omnium, quæ per A ductæ inter circumferentias ABC K F interijciuntur, minorem vero minimam. Aliarum autem propinquiorem maximæ, maiorem esse remotiore. *Lem.3.*

Excipio autem semicirculos se inuicem secantes, in quibus centrum V idem est quod punctum A, quoniam in ijs non datur minima, propinquior enim puncto sectionis, remotiore ex eadem parte semper minor est, vt infra demonstrabimus.

Iungantur igitur G K K D, quibus parallelæ ducãtur C Y Y X secantes A K F A etiã continuatas in punctis Y X. Et sit existẽte centro V inter puncta A F, recta A I non minor maiore rectarum A F A K. Vel existente eodem centro inter puncta A D, sit AI non maior minore rectarum AF AK. Ergo primo casu A F maior * erit quã A R vnde A I non minor * quàm A F ex positione. Secundo casu A F minor erit quam A K, & A I non maior quàm A F similiter ex positione. Itaque vtroque casu A K maior * erit quàm F C. Ostendendum est igitur A K maximam esse F C minimam, atque propinquiorem ipsi A K remotiore maiorem esse.

Ducatur enim per A vtcunque recta Linea A E B secans circumferentias ABC K F in punctis B E, & compleatur circulus D E F H, quem K A E A productæ secent in punctis R K, & iungatur G H, cui parallela ducatur C S secans A B etiam continuatam in S. Duo igitur rectangula Y A K E A S æqualia * erunt: quare vt A K hoc est A R ad A E ità erit A S ad A Y, existente quidem centro V inter

8. Tertij.
Lem.17.
In semicirculis autem se inuicem tangentibus in quibus punctum F idem est, quod punctũ C. satis est ostẽ

dere AK maximã esse eique propinquiorem remotiore maiorẽ esse. ter puncta AF, sic argumentor. Sed AR minor est quam AE, ergo & AS minor erit quam AY. Et quoniam AI ponitur non minor quam AF, ea maior erit quam AK, & consequenter minor quam AY, rectangulum enim YAK æquale est quadrato AI. Cum igitur AI minor sit quam AY, erit & AF minor, & per consequens minor & AE, atque AR multo minor, sic

Lem. 8. igitur quatuor proportionalium AR AE AS AY maxima

25. Quinti. erit AY, minima * vero AR, Vnde YR maior erit quàm SE,

Lem. 7. composita enim ex maxima, & minima maior est * quàm composita ex reliquis, similiter, & differentia maximæ & minimæ maior * quàm differentia reliquarum.

Existente vero centro V inter AD argumentor hoc modo. Sed

7. Tertij. AR maior * est quàm AE, ergo & AS maior erit quàm AY. Et quoniam AI non est maior quàm AF, sic enim ponitur, ea minor erit quàm AK, vnde maior quàm AY, rectangulum enim YAK æquale est quadrato AI. Ergo & AF maior erit quam AY, & consequenter maior & AE, atque AR multo maior. Itaque quatuor proportionalium AR AE AS AY minima erit AY, maxi-

Lem. 8. 25 Quin. & Le. 7. ma * AR. Ergo YR maior * erit quam SE, atque hoc idem demonstrauimus existente centro Circuli DEF inter AF.

Et quoniam in vtroque casu est vt AG ad AC ita * AK ad AY,

Lem. 6. & ita * EB ad BS, erit AK hoc est AR ad AY vt EB ad BS, & existente A inter YR erit conuertendo & componendo, existente vero R inter AY, erit conuertendo & diuidendo, at existente Y inter AR erit pèr conuersionem rationis & conuertendo vt YR ad AR ita SE ad EB, sed YR ostensa est maior quam SE, ergo & AR hoc est AK maior erit quàm EB. Et sic demonstrabitur omnibus alijs maior. Maxima est igitur omnium AK.

Corol. Lem. 6. Pari ratione quoniam æqualia * sunt rectangula EAS FAX, erit EA ad AF vt AX ad AS. Existente quidem centro V inter AF hac ratione argumentor. Sed AE minor est quàm AF ergo & AX minor erit quàm AS, & quoniam AI ponitur non minor quàm AF, ea maior erit quam AE, vnde minor quam AS, quia re-

Lem. 6. ctangulum EAS æquale * est quadrato AI; ergo & AF minor erit quam AS, & AE multo minor. Itaque quatuor proportionalium

25 Quin. & Le. 7. EA AF AX AS maxima erit AS, minima AE. Quare SE maior * erit quàm XF.

Existente vero centro V inter AD, sic argumentor. Sed AE maior est quàm AF, ergo & AX maior erit quàm AS. Et quoniam AI non est maior quàm AF, ea minor erit quàm AE, Ergo maior

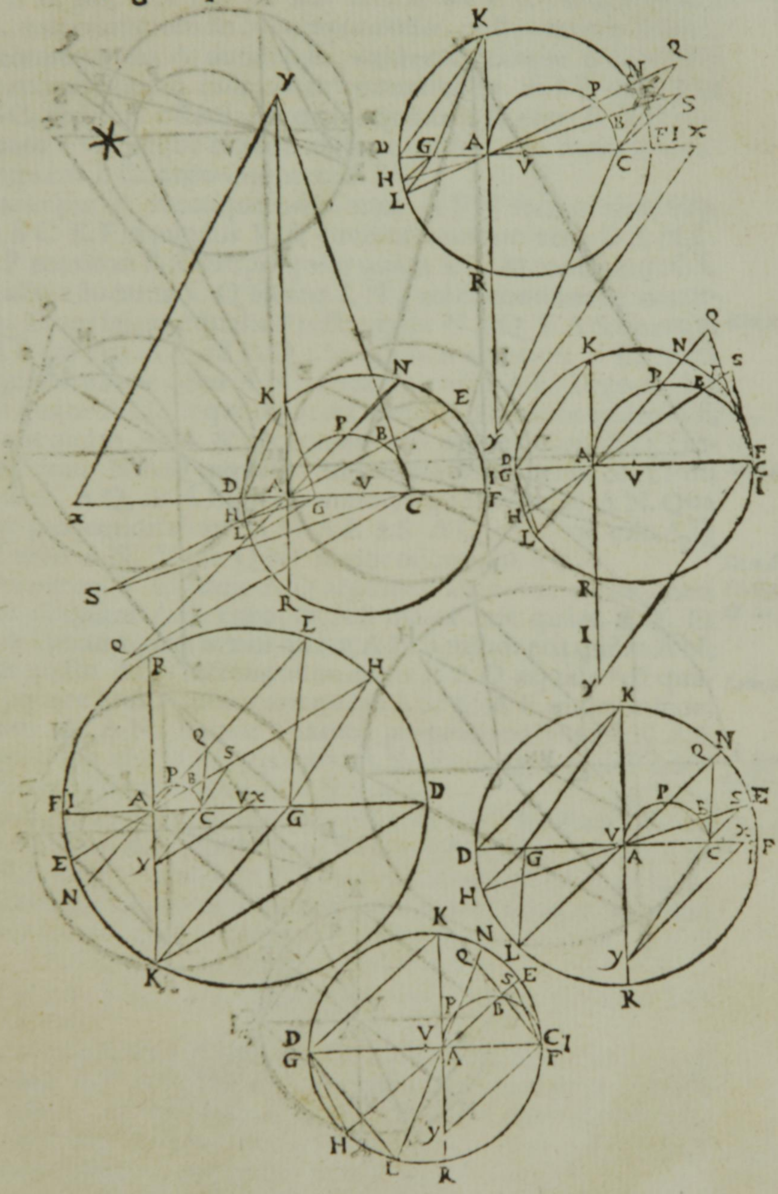
Lem. 6. quam AS, rectangulum enim EAS æquatur * quadrato AI, quare & AF maior erit quam AS, & AE multo maior. Quatuor igi-

25. Quin & Le. 7. tur proportionalium EA AF AX AS minima erit AS, maxima AE; vnde SE maior * erit quã XF, Idẽque in superiori casu demonstrauim⁹.

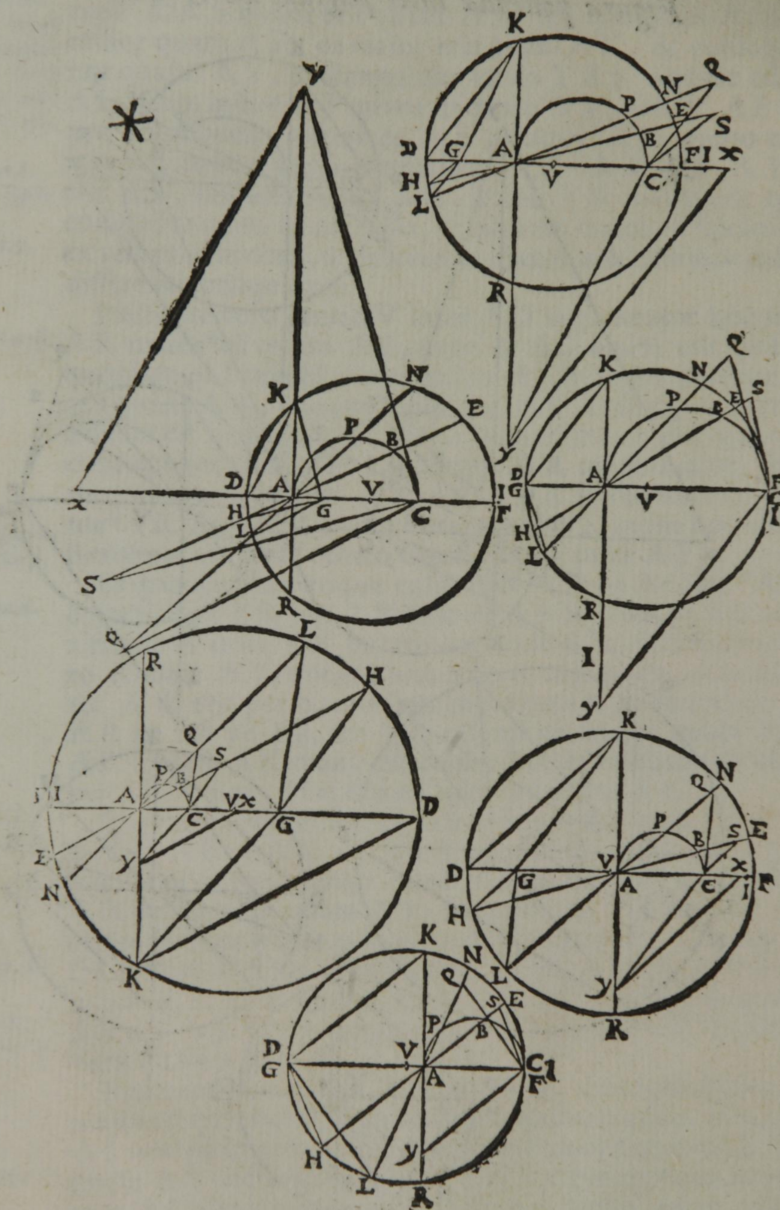
Quoniam

LIBER SECVNDVS.

Figuræ ponendæ inter paginas 40. & 41.



Figuræ ponendæ inter paginas 40. & 41.



Quoniam igitur vtroque casu est vt A G ad A C ita *F C ad C X & ita * E B ad B S, erit E B ad B S vt F C ad C X, & existente B inter S E, erit conuertendo & componendo, existente vero E inter S B erit conuertendo & diuidendo, existente denique S inter E B erit per conuersionem rationis & conuertendo vt S E ad E B ita X F ad F C, sed S E ostensa est maior quàm X F, ergo & E B maior erit quam F C. Atque eadem ratione quæuis alia demonstrabitur maior quàm F C. ergo minima est F C. Lem.6.

Iam agatur per A vtcunque recta linea A P N secans circumferentias A B C K F in punctis P N, circumferentiam vero D R in L. sitque N P maximæ A K propinquior quàm E B, & conectatur G L eique parallela ducatur C Q secans L N, vel ei continuatæ occurrens in Q. Erunt igitur æqualia * rectangula N A Q E A S; quare, vt A N ad A E ita erit A S ad A Q. Si quidem centrum V sit inter A F sic argumentabor. Sed A N minor est quàm A E, Ergo & A S minor erit quàm A Q. Et quoniam A I ponitur nō minor quàm A F, ea maior erit quàm A N, & per consequens maior quàm A Q. (rectangulum enim N A Q æquale * est quadrato A I) ergo & A F minor erit quàm A Q, & A E multo minor, atque minor & A N. Quatuor igitur proportionalium A N A E A S A Q maxima erit A Q minima * vero A N. Vnde Q N * maior erit quàm S E. Cor.Le.6 Lem.6. Lem.8.

Si vero centrum V sit inter A D argumentabor hoc modo. Sed A N maior est quàm A E, ergo, & A S maior erit quàm A Q. Et quoniam A I ponitur non maior quàm A E, ea minor erit quàm A N, ergo maior quàm A Q (rectangulum enim N A Q æquale *est quadrato A I) quare & A F minor erit quàm A S, & A E multo minor, atque minor & A N. Itaque quatuor proportionalium A N A E A S A Q minima erit A Q, maxima A N. Vnde Q N maior erit * quàm S E, quod demonstrauimus & supra. 25.Quin. & Le.7. Lem.6. 25.Quin. & Le.7.

Quoniam igitur vtroque casu vt A G ad A C ita * est N P ad P Q, & ita E B ad B S, erit N P ad P Q vt E B ad B S, & existente P inter N Q, erit conuertendo & componendo, existente vero N inter P Q erit conuertendo & diuidendo, existente denique Q inter N P erit per conuersionem rationis, & conuertendo, vt Q N ad N P ita S E ad E B, sed Q N ostensa est maior quàm S E, ergo & N P maior erit quàm E B, hoc est propinquior maximæ maior quàm E A quæ est remotior. Lem.6.

Sed, existente centro V inter puncta A F, sit A I non maior minore rectarum A F A K. Vel existente eodem centro inter A D, sit A I non minor maiore rectarum A F A K. Primo igitur casu A K minor * erit quàm A F, vnde A I non maior quàm A K, ex positione. Secundo casu A K maior erit * quàm A F, ergo A I non minor quam A K, Similiter ex positione. Vtroque igitur casu F C maior * erit quàm A K. Itaque ostendendum 7. Tertij. 7.Tertij. Lem.18.

F est

ẽst FC maximam esse, AK minimam, aliarum autem propinquiorem ipsi FC maiorem esse remotiore.

Ducatur enim per A vtcunque recta Linea ABE secans circumferentias ABC KF in punctis BE, & compleatur circulus DEFH quem KA EA continuatæ secent in punctis RH, & conectatur GH, eique parallela agatur CS secans EH, vel ei continuatæ occurrens in S. Aequalia* igitur erunt rectangula FAX EAS, quare vt AF ad AE ità erit AS ad AX. Si quidem centrum V sit inter AF hoc modo argumentor; Sed AF maior * est quam AE. Ergo & AS maior erit quàm AX.

Corol. Lem. 6.

7. Tertij.

Et quoniam AI ponitur non maior quàm AK, ea minor erit quàm AF, & consequenter maior quàm AX, rectangulum enim FAX æquale* est quadrato AI. Cum igitur AI maior sit quàm AX, erit & AK maior atque AE multo maior, & per consequens maior & AF quatuor igitur proportionalium AF AE AS AX minima erit AX, & consequenter maxima* AF, vnde XF maior* erit quàm SE.

Lem. 6.

Lem. 8.

25. Quin. & Le. 7.

Si vero centrum V sit inter AD argumentor in hunc modum. Sed AF minor est quàm AE, ergo & AS minor erit quàm AX. Et quoniam AI ponitur non minor quàm AK, ea maior erit quam AF; Vnde minor quàm AX, propter quod rectangulum FAX æquatur* quadrato AI. Cum igitur AI minor sit quàm AX, erit minor & AK, & AE multo minor, & per consequens minor & AF. Sic igitur quatuor proportionalium AF AE AS AX maxima erit AX, vnde* minima AF. atque adcò XF maior erit quàm SE, quod quidem demonstrauimus & superiori Casu.

Lem. 6.

Lem. 8.

Quoniam igitur in vtroque casu vt AG ad AC ita est FC ad CX, & ita EB ad BS, erit vt FC ad CX ita EB ad BS, & existente C inter XF, erit conuertendo & componendo, existente vero F inter XC erit conuertendo & diuidendo, at existente X inter FC, erit per conuersionem rationis & conuertendo, vt XF ad FC SE ad EB, sed maior est XF quàm SE, sic demonstrauimus; ergo & FC maior erit quàm EB. Et sic demonstrabitur maior quacunque alia. Maxima est igitur FC.

Aequę quoniam æqualia* sunt rectangula EAS YAK, erit vt AE ad AK, hoc est ad AR ita AY ad AS, existente quidem centro V inter AF, sic argumentor. Sed AE, maior est quàm AK hoc est quàm AR, Ergo & AY maior erit quàm AS. Et quoniam AI non est maior quàm AK ex positione, ea minor erit quàm AE, ergo maior quàm AS, rectangulum enim EAS æquatur* quadrato AI. Cum igitur AI maior sit quàm AS, erit & AR maior, atque AE multo maior. Itaque quatuor proportionalium AEAR AY AS minima erit AS, & per consequens maxima* AE. vnde SE maior* erit quàm YR.

Corol. Lem. 6.

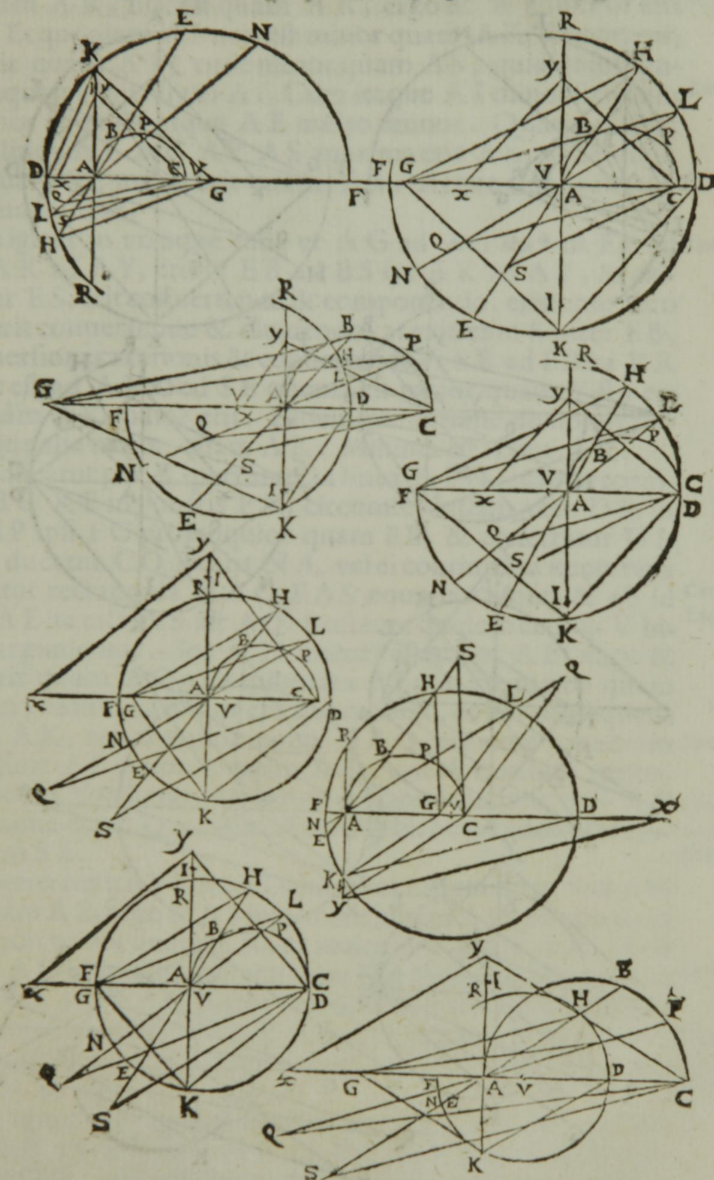
Lem. 6.

Lem. 8.

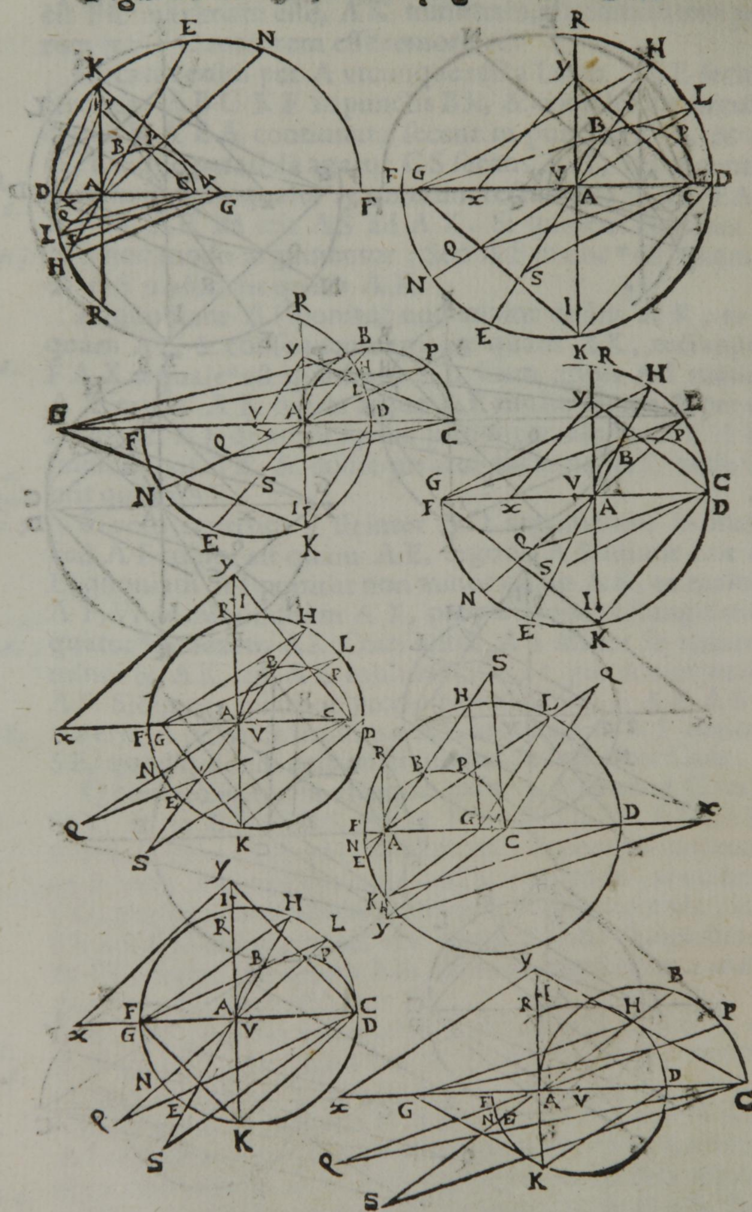
25. Quin. & Le. 7.

Exi-

Figuræ collocandæ inter paginas 42. & 43.



Figuræ collocandæ inter paginas 42. & 43.



Existente vero centro V inter AD, sic argumentor. Sed AE minor* est quàm AK, hoc est quam AR, ergo & AY minor erit quam AS. Et quoniam AI non est minor quam AK, sic ponitur, ea maior erit quam AE, vnde minor quam AS, quia rectangulum EAS æquatur* quadrato AI. Cum itaque AI minor sit quam AS, erit minor & AR, atque AE multo minor. Quatuor igitur proportionalium AE AR AY AS maxima erit AS, vnde minima* AE, quare SE maior erit quam YR. Atque hoc idem demonstrauimus & supra. 7. Tertij. Lem.6. Lem.8.

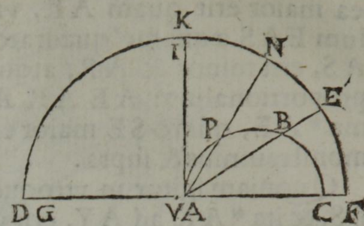
Quoniam igitur in vtroque casu vt AG ad AC ita* est EB ad BS, & ita* AK ad AY, erit vt EB ad BS ita AK ad AY, & existente B inter ES, erit conuertendo & componendo, existente vero E inter SE, erit conuertendo & diuidendo, at existente S inter EB, erit per conuersionem rationis & conuertendo vt SE ad EB ita YR ad AR, hoc est ad AK, Sed SE ostensa est maior quam YR, ergo & EB quàm AK maior erit. Eademque ratione demonstrabitur quæcunque alia maior, quam AK. Minima est igitur AK. Lem.6.

Postremo ducatur per A quæuis recta linea APN secans circumferentias ABC KF in punctis PN, circumferentiam vero DR in L, sitque NP ipsi FC propinquior quam EB, & conectatur GL cui parallela ducatur CQ secans NA, vel ei continuatæ occurrens in Q. Duo igitur rectangula NAQ EAS æqualia* erunt, & ob id vt AN ad AE ita erit AS ad AQ. Existente quidem centro V inter AF, ita argumentor. Sed AN maior* est quam AE, ergo & AS maior erit quam AQ. Et quoniam AI non est maior quam AK, sic enim ponitur, ea minor erit quam AN, & per consequens maior quam AK, rectangulum enim NAQ æquatur* quadrato AI. Cum igitur AI maior sit quam AQ, erit AE multo maior, & multo maior AN. Sic igitur quatuor proportionalium AN AE AS AQ minima erit AQ, maxima* vero AN. atque adeo QN maior* erit quam SE. Corol. Lem.6. Lem.6. Lem 8. 25. Quin & Le. 7.

Existente verò centro V inter AD, hoc vtor argumento. Sed AN minor est quàm AE, ergo & AS minor erit, quàm AQ. Et quoniam AI ponitur non minor quàm AK, ea maior erit quàm AN; vnde minor quàm AQ (quoniam rectangulum NAQ æquatur* quadrato AI) ergo & AE, quàm AQ minor erit, & AN multo minor. Itaque quatuor proportionalium AN AE AS AQ maxima erit AQ, minima* verò AN, vnde QN maior* erit quàm SE, quod etiam demonstrauimus, & supra. Lem.6. Lem 8. 25. Quin. & Le. 7.

In vtroque igitur casu quoniam est vt AG ad AC ita NP ad PQ, & ita EB ad BS, erit NP ad PQ vt EB ad BS, & existente P inter QN, erit conuertendo, & componendo, existente vero N inter QP, erit conuertendo & diuidendo, at existente Q inter PN, erit per conuersionem rationis & conuertendo vt QN ad

NP ita SE ad EB, sed QN maior est quam SE, sic demonstrauimus, ergo & NP quam EB maior erit, hoc est propinquior maximæ FC maior quam ea quæ est remotior.

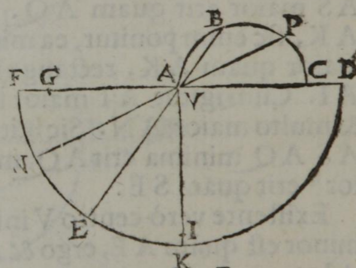


Sed centrum V iam sit in puncto A, ergo æquales erunt AG AC, sed vt AG ad AC ita ponitur quadratum AK ad quadratum AI, ergo quadratum AK quadrato AI æquale erit; quare & recta AK vel AF æqualis rectæ AI. Igitur & is casus ad præsens Lemma pertinet, ponitur enim AI vel non minor maiore rectarum AF AK, vel non maior minore. Ostendendum est igitur maiorem ipsarum AK FC maximam esse, minorem vero minimam, atque propinquiorem maximæ maiorem esse remotiore.

In semicirculis enim ex eadem parte existentibus AK cui æqualis est AF maior est quam FC, eademque ratione maior quam EB. Et sic maior quacunque alia. Maxima est igitur AK.

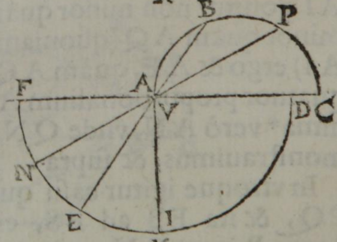
Et quoniam æquales sunt AF AE, maior autem AC quam AB, erit reliqua FC minor quam reliqua EB. eademque ratione demonstrabitur omnibus alijs minor. Ergo minima est FC.

Aeque quoniam æquales sunt AN AE, minor autem AP quam AB, erit reliqua NP maior quam reliqua EB, propinquior nempè maximæ maior quam ea quæ est remotior.



In semicirculis vero ex opposito existentibus AF æqualis est AE, AC vero maior quam AB, tota igitur FC maior erit quam EB tota. Itaque maxima est FC.

Similiter AK cui æqualis est AE minor est quã EB. Ergo minima est AK.



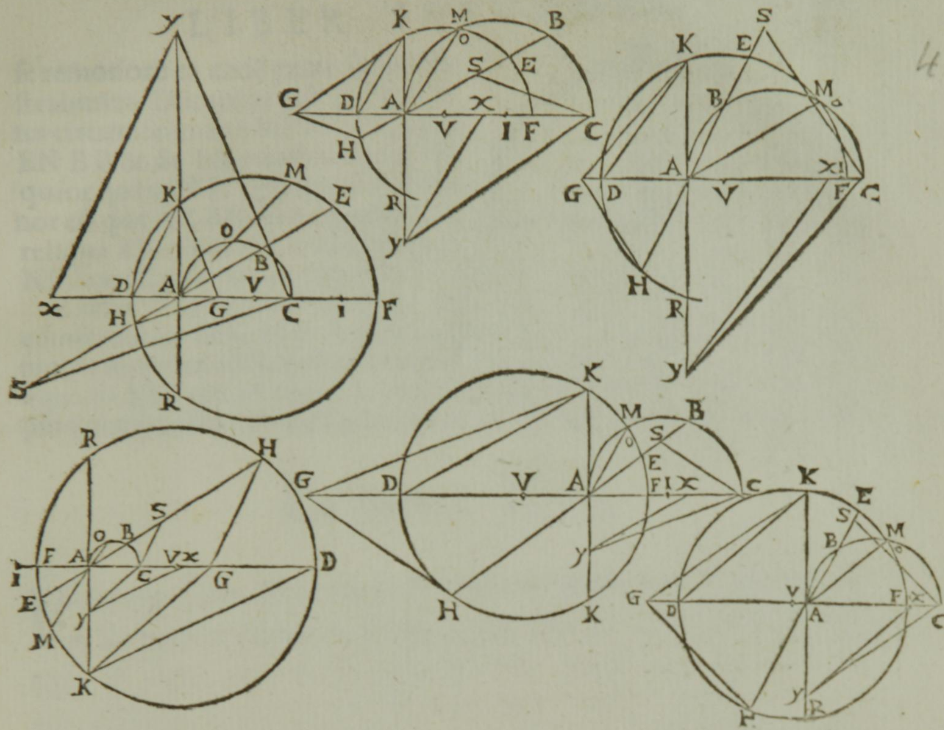
Postremo, quoniam AN æqualis est AE, AP vero maior quam AB, erit tota NP maior quam EB tota, hoc est propinquior maximæ maior quam remotior. Maior igitur rectarum AK FC maxima est omnium quæ inter circumferentias ABC KF interijciuntur, minor vero minima, aliarum autem propinquior maximæ maior remotiore, quod erat ostendendum.

At verò in semicirculis se inuicem secantibus in quibus centrum V idem est quod punctum A, propinquiorem puncto sectionis semicirculorum, quod sit M minorem esse

se

Ponantur hæ figuræ sub linea 13. paginæ 45. vt respiciant ipsam paginam, & Lemmati XX. seruiãt.

44



Ducatur enim per A quæcunque recta linea ABE secans circumferentias ABC KF in punctis B E, & compleatur circulus DEFH, quem E A K A continuatæ secent in punctis H R, & conectantur GH GK KD, eisque parallelæ ducantur C S C Y Y X secantes EA KA FA etiam productas in punctis S Y X. Et sit primum AK maior quam FC. Quoniam igitur vt AG ad AC ita* est A K ad A Y, & ita* FC ad CX, erit AK hoc est AR ad AY vt FC ad CX, & existente puncto A inter YR, erit conuertendo & componẽdo ac rursus conuertendo, existente vero R inter AY, erit conuertendo & diuidendo & rursus conuertendo, at existente Y inter AR, erit per conuersionem rationis, vt AR ad RY ita F C ad X F, sed AR, hoc est AK ponitur maior quàm F C. Ergo & RY quàm XF maior erit. Lem. 6.

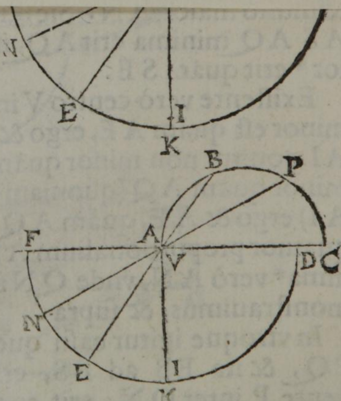
Et quoniam rectangulum Y A K, hoc est Y A R æquale * est rectangulo F A X * proportionales erunt A R A F A X A Y, sed RY Cor. Le. 6. 16. Sexti.

ostensa

xima est FC.

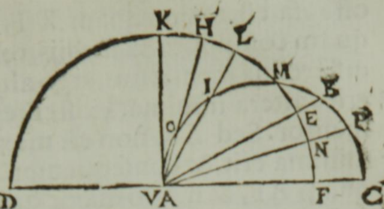
Similiter AK cui æqualis est AE minor est quã EB. Ergo minima est AK.

Postremo, quoniam AN æqualis est AE, AP vero maior quam AB, erit tota NP maior quam EB tota, hoc est propinquior maximæ maior quam remotior. Maior igitur rectarum AK FC maxima est omnium quæ inter circumferentias ABC KF interijciuntur, minor vero minima, aliarum autem propinquior maximæ maior remotiore, quod erat ostendendum.



At verò insemicirculis se inuicem secantibus in quibus centrum V idem est quod punctum A, propinquiorem puncto sectionis semicirculorum, quod sit M minorem esse

se



se remotiore ex eadē parte sic demō-strabimus. Ducantur AB A P secantes circumferentias MF MC in pūctis EN B P, & sit EB puncto M propinquior quàm N P. Qm̄ igitur AB minor est quā AP, AE vero equalis AN, reliqua EB minor erit quàm reliqua NP, hoc est propinquior puncto M minor quàm ea quæ est remotior.

Rursus ducantur A H A L ex altera sectionis parte secantes circumferentias MK MA in punctis HL OI, & sit IL puncto M propinquior quàm OH. Eadem ratione A I maior est quàm AO, & AL æqualis A N, erit reliqua I L minor quàm O H reliqua, hoc est propinquior puncto sectionis minor remotiore, quod erat ostendendum.

Lemma XX.

IIsdem positis. Sit autem AI minor maiore rectarum A F A K, maior minore. Ergo à puncto A ad circumferentiam K F ducatur A M æqualis AI, eaque producatur ad circumferentiam ABC in O. Dico maiorem rectarum AK FC maximam esse omnium quæ per A ductæ inter circumferentias ABC KF interijciuntur, minimam vero MO Aliarum autem propinquiorem minimæ, remotiore ex eadem parte minorem esse.

Ducatur enim per A quæcunque recta linea ABE secans circumferentias ABC KF in punctis B E, & compleatur circulus DEFH, quem E A K A continuatæ secent in punctis H R, & conectantur GH GK KD, eisque parallelæ ducantur C S CY YX secantes EA KA FA etiam productas in punctis SYX. Et sit primum AK maior quam FC. Quoniam igitur vt AG ad AC ita* est A K ad A Y, & ita* FC ad CX, erit AK hoc est AR ad AY vt FC ad CX, & existente puncto A inter YR, erit conuertendo & componēdo ac rursus conuertendo, existente vero R inter AY, erit conuertendo & diuidendo & rursus conuertendo, at existente Y inter AR, erit per conuersionem rationis, vt AR ad RY ita F C ad X F, sed AR, hoc est AK ponitur maior quàm F C. Ergo & RY quàm XF maior erit. Lem.6.

Et quoniam rectangulum Y A K, hoc est Y A R æquale* est rectangulo F A X * proportionales erunt A R A F A X A Y, sed RY Cor.Le.6. 16.Sexti.

ostensa

ostensa est maior quàm X F, hoc est composita ex extremis maior quàm composita ex medijs, vel differentia extremarum maior quàm
Lem. 9. & Le. 10 differentia mediarum, ergo altera * extremarum A R A Y maxima erit, altera minima. Existente quidem centro V inter A F sic argumentor. Sed AR non est maxima, quia* minor est quam A F. Ergo
7. Tertij. Lem. 8. minima erit, & consequenter AY * maxima. Itaque AY maior erit quàm AF, & multo maior quàm AE.

Corol. Lem. 6. Et quoniam propter* æqualitatem rectangulorum YAK EAS est vt AK ad AE, minor videlicet ad maiorem ita AS ad AY, erit & AS minor quàm AY, seu quod idem valet AY maior quàm AS. Cum igitur AY maior sit quam AS, & maior quàm AE, ac etiam maior quàm AK vt demonstrauimus, erit ipsa AY maxima quatuor
Lem. 8. 25 Quin. & Le. 7. proportionalium AK AE AS AY, vnde AK * minima. Quare RY * maior erit quam SE.

Existente vero centro V inter AD argumentor hoc modo. Sed
7. Tertij. Lem. 8. AR non est minima, est enim maior * quàm A F, ergo maxima erit, vnde A Y * minima. Itaque A Y minor erit quàm A F, & ideò multo minor quàm A E.

Corol. Lem 6. 7. Tertij. Et quoniam æqualia* sunt rectangula Y A K E A S, erit vt A K ad A E, maior* videlicet ad minorem, ita A S ad A Y, ergo & A S maior erit quàm A Y, seu quod idem est A Y minor quam A S. Cum igitur A Y minor sit quàm A S, & minor quàm A E, & etiam minor quàm A K, vt est demonstratum. Erit ipsa A Y minima qua-
Lem. 8. 25 Quin. & Le. 7. tuor proportionalium AK AE AS AY, quare A K * maxima, vnde Y R maior* erit quàm S E, quod ēt demonstrauimus & supra.

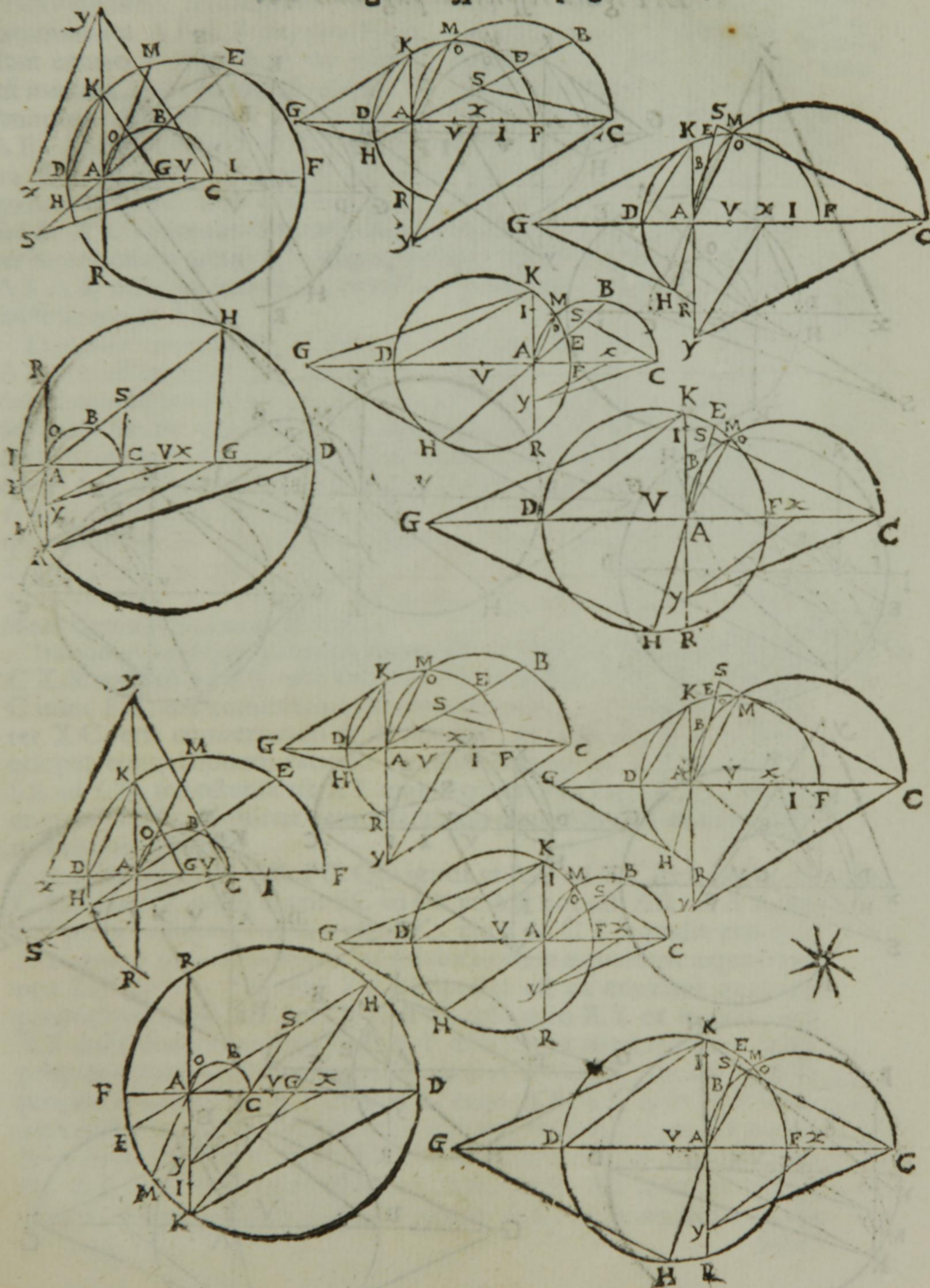
Lem. 6. In vtroque igitur casu quoniam est vt A G ad A C ita* AK ad AY, & ita* EB ad BS, erit AK, hoc est AR ad AY sicut EB ad BS, & existente A inter YR, erit conuertendo & componēdo, existente vero R inter AY, erit conuertēdo & diuidēdo, at existente Y inter A R erit per conuersionem rationis & conuertendo, vt R Y ad A R, hoc est ad A K ità SE ad EB, sed R Y ostensa est maior quàm S E, ergo & A K quàm EB maior erit. Eademque ratione demonstrabitur omnibus alijs maior. Maxima est igitur A K.

Lem. 6. Sed sit F C maior quam A K, quoniam igitur vt A G ad A C ita* est F C ad C X, & ita * AK ad A Y, erit F C ad C X vt A K hoc est A R ad A Y, & existente A inter Y R, erit conuertendo & componendo & rursus conuertendo, existente vero R inter A Y erit conuertendo & diuidendo & rursus conuerrendo, at existente Y inter A R erit per conuersionem rationis, vt F C ad X F ita A R ad R Y, sed ponitur F C maior quam A R, hoc est quam A K, ergo & X F maior erit quam R Y, sed X F composita est ex extremis quatuor proportionalium A F A Y A R A X, ipsa vero R Y ex medijs, vel X F differentia est extremarum, R Y differentia mediarum (sunt enim proportionales A F A Y A R A X, quia rectangulum

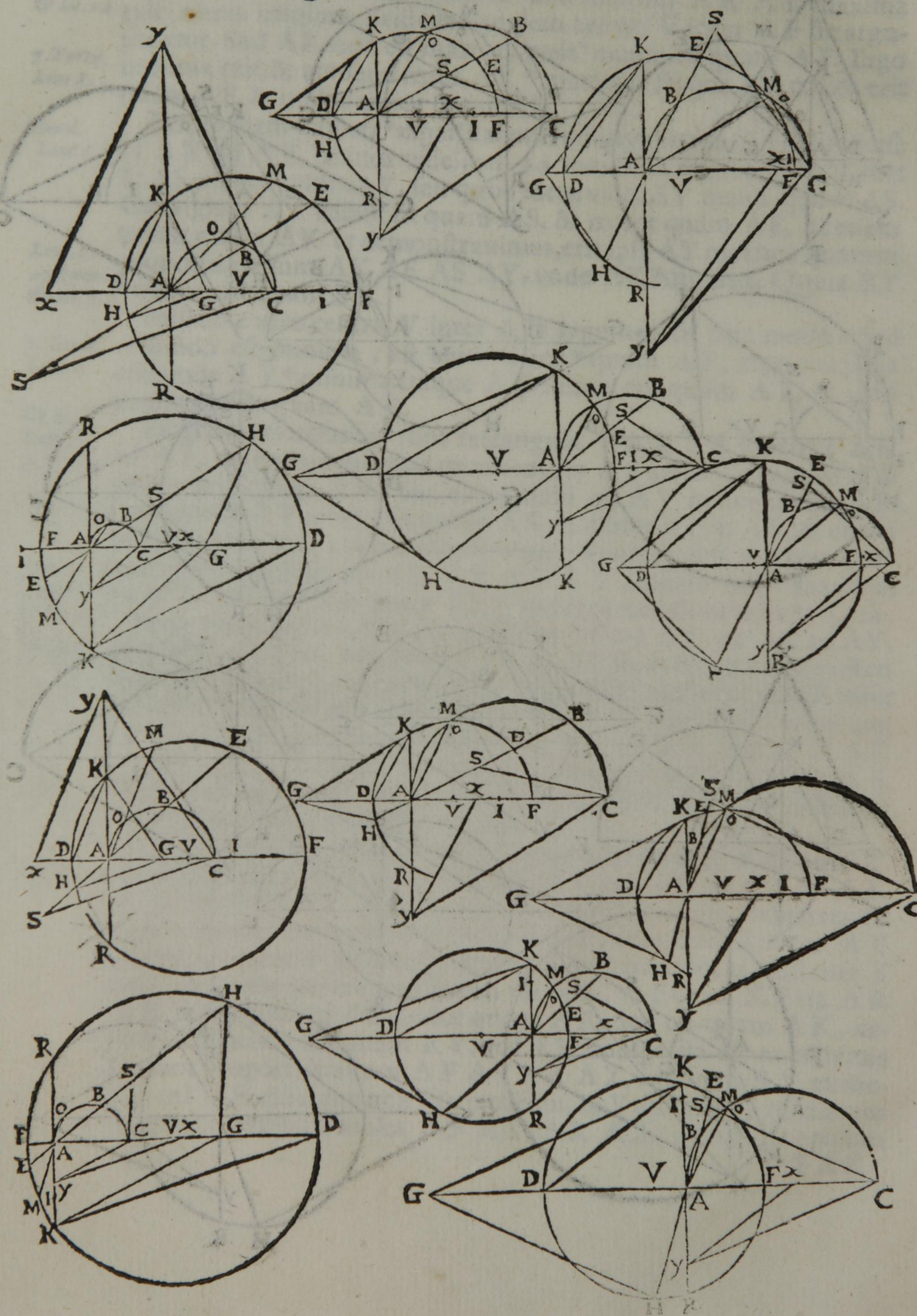
FAX

Ponatur hoc folium inter paginas 46. & 47. 46 bis

Et hæ Figuræ respiciant paginam 47.



Ponatur hoc folium inter paginas 46. & 47.
Et Figuræ respiciant paginam 46.



FAX * æquatur rectangulo Y A K hoc eſt Y A R.) Igitur altera *Cor. Le. 6.*
extremarum A F A X maxima*erit, altera minima. Exiſtente qui- *Lem. 9.*
dem centro V inter A F hac ratione argumentor. Sed A F non *& Le. 10.*
eſt minima, quia maior*eſt quam A R, ergo maxima erit, vnde A X *7 Tertij.*
*minima. Itaque A X minor eſt quàm AR, & multo minor quàm *Lem 8.*
A E. Et quoniam eſt, vt A F ad A E maior videlicet ad minorem *Corol.*
ita A S ad A X, ſunt enim æqualia*rectangula F A X E A S, er- *Lem. 6.*
go & A S maior erit quàm A X, hoc eſt A X minor quam A S,
ſed & A X vt demonſtrauimus minor eſt quàm A E, & conſequen-
ter minor etiam quam A F, ergo quatuor proportionalium AF A E
A S A X minima erit A X, vnde*A F maxima. Quare X F ma- *Lem 8.*
ior*erit quam S E. *25. Quin. & Le. 7.*

Exiſtente vero centro V inter A D, hoc modo argumentor. Sed
A F non eſt maxima, quia minor*eſt quàm A K. Ergo minima erit, *7. Tertij.*
& per conſequens maxima A X. Itaque A X maior erit quam AK,
& multo maior quam A E. Et quoniam propter æqualitatem*re- *Corol.*
ctangulorum F A X E A S proportionales ſunt A F A E AS A X, *Lem. 6.*
& eſt A F minor*quàm A E, ergo & A S minor erit quam A X, *7. Tertij.*
ſeu quod idem eſt A X maior quam A S, ſed A X oſtenſa eſt quo-
que maior quàm AE, & per conſequens maior quoque quàm A F.
Ergo quatuor proportionalium A F A E A S A X maxima eſt A X,
vnde minima * A F. Itaque X F maior erit quàm S E. Atque hoc *Lem 8.*
idem demonſtrauimus & ſupra. *25 Quin. & Le. 7.*

Itaque in vtroque caſu quoniam eſt vt A G ad A C ita*F C ad *Lem. 6.*
C X & ita*E B ad B S, erit F C ad C X vt E B ad B S, & exiſtente
C inter F X, erit conuertendo & componendo, exiſtente vero F in-
ter X C, erit conuertendo & diuidendo, at exiſtente X inter F C,
erit per conuerſionem rationis & conuertendo vt X F ad F C ita
S E ad E B, ſed oſtenſa eſt X F maior quàm S E, Ergo & F C maior
erit quam EB. Similiter demonſtrabitur omnibus alijs maior. Er-
go maxima eſt F C.

Sed ſint æquales AK FC. Qm̃ igitur vt AG ad AC ita * eſt FC ad *Lem. 6.*
CX, & ita AK ad AY, erit FC ad CX vt AK hoc eſt AR ad AY, ſed
F C ponitur æqualis A R, vel A K, ergo & C X æqualis erit ipſi
A Y; quare per additionem, vel ſubductionem æqualium æqualibus
erit X F æqualis Y R, ſed X F compoſita eſt ex extremis quatuor
proportionalium F A A Y A R A X, ipſa vero R Y ex medijs, vel
X F differẽtia eſt extremarum, R Y differentia mediarũ, ſunt enim
propter æqualitatem*rectangulorum F A X Y A K hoc eſt Y A R *Corol.*
proportionales*F A A Y A R A X, ergo A F A X ipſis A Y AR *Lem. 6.*
æquales*erũt, maior videlicet maiori, minor minori, Itaque AF æqua- *16. Sexti.*
lis erit alteri ipſarum A Y A R, ſed exiſtente centro V inter pun- *Lem. 11.*
cta A F, ipſa A F maior eſt quam A R, Ergo A F æqualis erit ip-
ſi A Y, atque adeò A Y maior quàm A E. Et quoniam æqualia
ſunt

ſunt rectangula YAK EAS, erit AY ad AE, maior videlicet ad minorem, vt AS ad AK, hoc eſt ad AR, ergo & AS maior erit quam AR, ſed & AY maior eſt quam AR, ſimiliter maior & AE,
Lem. 8. ergo quatuor proportionalium AY AE AS AR minima erit AR,
25. Quin. & conſequenter maxima * AY; Vnde RY maior * erit quam SE.
& Le. 7. Exiſtente vero centro V inter puncta AD, erit AF minor quam AR, ergo æqualis erit ipſi AY, oſtenſa enim eſt AF æqualis alteri ipſarum AY AR, Itaque AY minor erit quam AE. Et quoniam,
Co. Le. 6. propter æqualitatem * rectangulorum YAK EAS, eſt vt * AY ad
16. Sexti. AE, minor videlicet ad maiorem, ita AS ad AK, vel ad AR, ergo & AS minor erit quam AR, ſed & vtraque ipſarum AY AE mi-
25. Quin. nor eſt quam AR. Ergo quatuor proportionalium AY AE AS
& Le. 7. AR maxima erit AR, vnde minima AY, quare RY maior erit quam SE. Atque hoc idem demonſtrauimus & ſupra.
Lem. 6. Quoniam igitur in vtroque caſu vt AG ad AC ita * eſt EB ad BS, & ita * AK ad AY, erit AK hoc eſt AR ad AY vt EB ad BS, & exiſtente A inter RY, erit conuertendo & componendo, exiſtente vero R inter AY erit conuertendo & diuidendo, exiſtente denique Y inter AR, erit per conuerſionem rationis & conuertendo vt RY ad AR hoc eſt ad AK ita SE ad EB, ſed RY oſtenſa eſt maior quam SE, ergo & AK quam EB maior erit. Atque eadem ratione demonſtrabitur maior omnibus alijs. Cum igitur AK maior ſit omnibus per A ductis, & ei æqualis ſit FC, erit & ipſa FC omnibus maior, & ideo vtraque maxima. Maior igitur rectarum AK FC maxima eſt omnium, quæ per A ductæ inter circumferentias ABC KF intreijciuntur quod eſto primum.

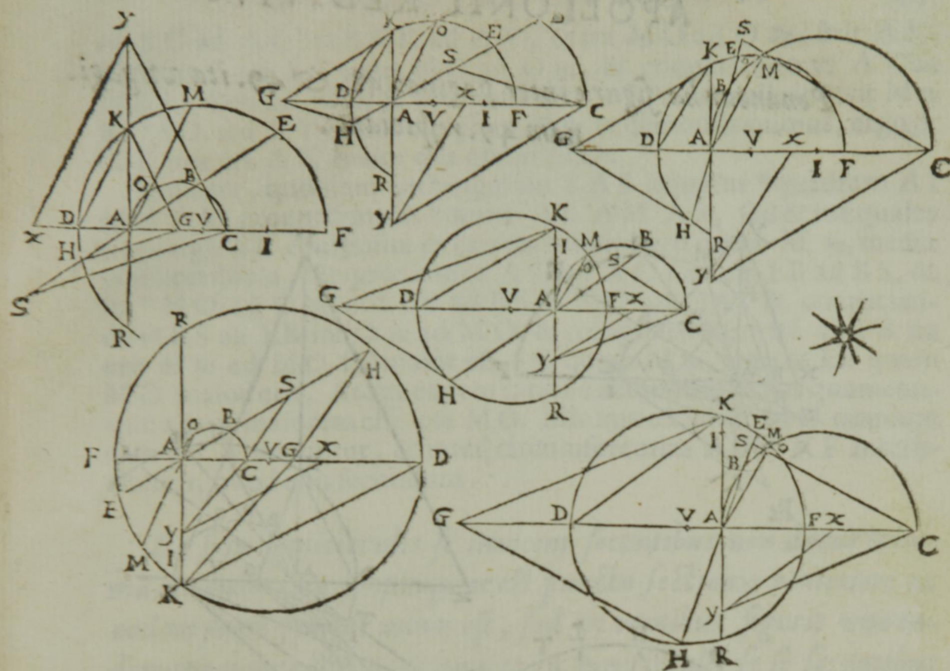
Iam vero producatur MA donec ſecet circumferentiam RD in T, & conectatur GT, eique parallela agatur C℞ ſecans MA con-
Lem. 6. tinuatam in ℞. Rectangulum igitur MA℞ æquale * erit quadrato AI hoc eſt quadrato AM, ſunt enim æquales AI AM ex conſtrutione, quare AM æqualis erit ipſi A℞. Sed quoniam rectangu-
Lem. 6. lum FAX æquale * eſt quadrato AI ſeu quadrato AM, propor-
17. Sexti. tionales * erunt AF AM AX, ſunt autem & inæquales, ergo XF compoſita ex extremis maior erit quam dupla media, hoc eſt quam
Lem. 6. M℞. Et quoniam eſt, vt AG ad AC, ita * FC ad CX, & ita * MO ad O℞, erit FC ad CX vt MO ad O℞, & conuertendo vt CX ad FC ita O℞ ad MO, & componendo vt XF ad FC ita erit M℞ ad MO, ſed oſtenſa eſt XF maior quam M℞, ergo & FC quam MO maior erit.

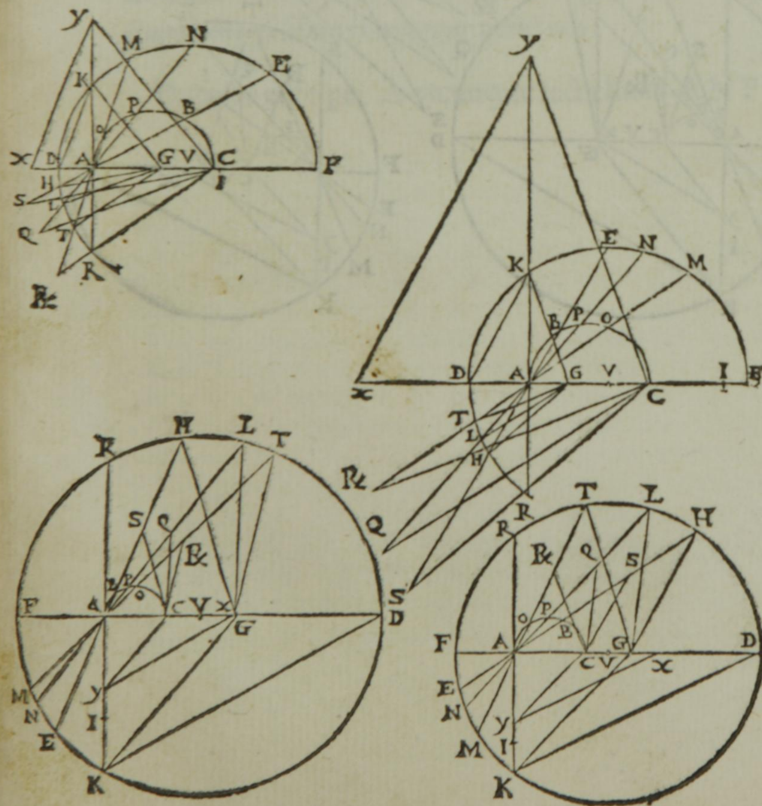
Eadem ratione. Quoniam rectangulum YAK æquale eſt quadrato AI, ideſt quadrato AM, proportionales erunt AK AM AY, ſunt autem & inæquales, ergo RY compoſita ex extremis AK AY
Lem. 6. maior erit quam M℞, ideſt, quam dupla media. Sed quoniam eſt

vt AG

 48 bis

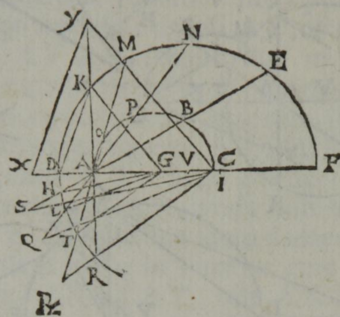
Ponantur hæ figuræ inter paginas 48. & 49. Ita vt respiciant paginam 48.

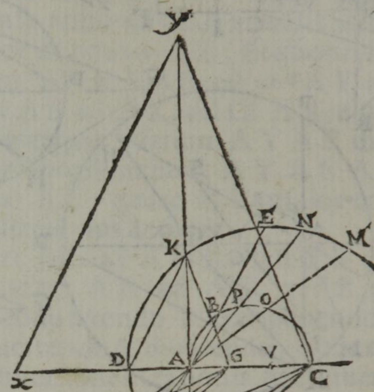


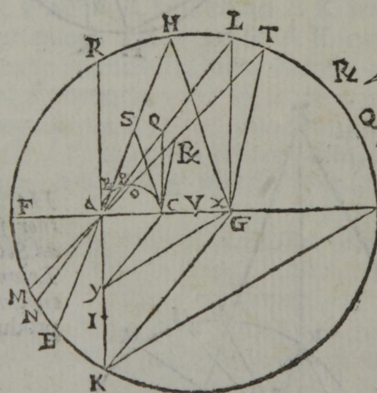


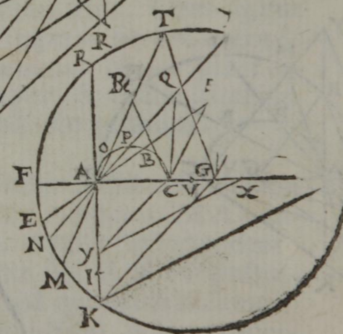
Hæ inferiores quatuor figuræ pertinent ad Secundam partem Lemmatis XX. incipientem, Iam verò producatur.

Ponantur hæ figuræ inter paginas 48. & 49. ita vt paginam 49. respiciant.









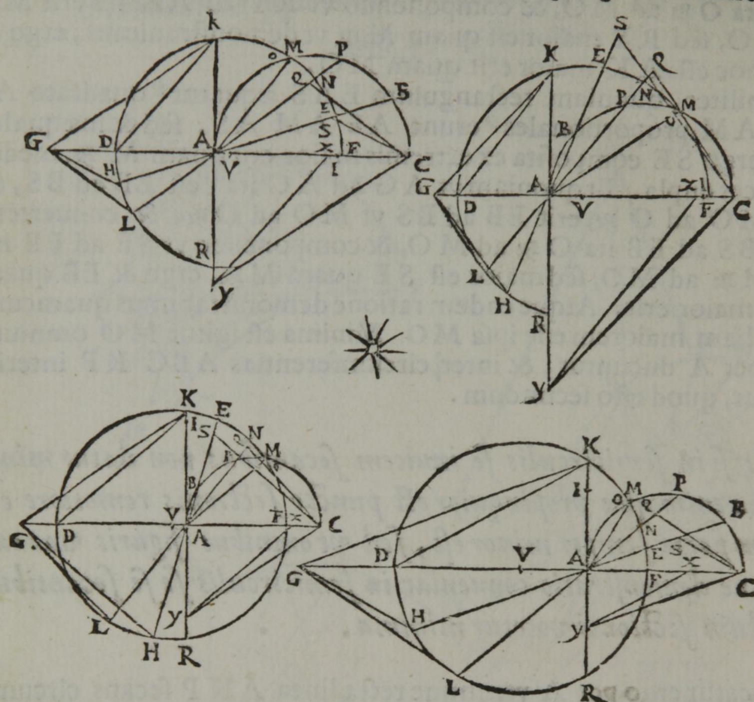
vt A G ad A C ita * A K ad A Y, & ita M O ad O ℞, erit A K, *Lem. 6.*
id est A R ad A Y sicut M O ad O ℞, & conuertendo vt A Y ad A R ita O ℞ ad M O, & componendo vt R Y ad A R ita erit M ℞ ad M O, sed R Y maior est quam M ℞ vt demonstrauimus, ergo & A R hoc est A K maior erit quam M O.

Similiter, quoniam rectangulum E A S æquatur * quadrato A I *Lem. 6.*
idest A M proportionales * erunt A E A M A S, sed & inæquales *17. Sexti.*
sunt; ergo S E composita ex extremis maior erit quam M ℞, media videlicet dupla. Et quoniam vt A G ad A C ita * est E B ad B S, & *Lem. 6.*
ita * M O ad O ℞, erit E B ad B S vt M O ad O ℞, & conuertendo vt B S ad E B ita O ℞ ad M O, & componendo vt S E ad E B ita erit M ℞ ad M O, sed maior est S E quam M ℞, ergo & E B quam M O maior erit. Atque eadem ratione demonstrabimus quamcunque aliam maiorem esse ipsa M O. Minima est igitur M O omnium quæ per A ducuntur, & inter circumferentias A B C K F interijciuntur, quod esto secundum.

Et si in semicirculis se inuicem secantibus non datur minima, ea enim quæ propinquior est puncto sectionis remotiore ex eadem parte semper minor est, sed vt omnibus figuris vna eademque demonstratio conueniat in semicirculis se se secantibus punctum sectionis vocetur minima.

Ducatur ergo per A vtcunque recta linea A N P secans circum-

ferentias ABC KF in punctis PN ita vt recta NP sit minimæ MO propinquior quam EB, eaque producta secet quoque circemferen-

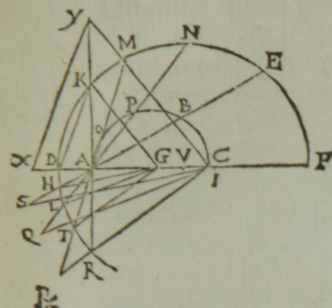


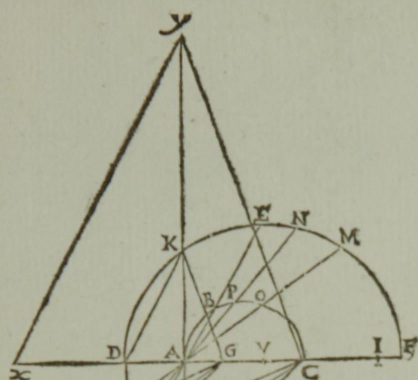
tiam RD in L, sintque NP EB ex eadem parte minimæ, & iungatur GL, cui parallela ducatur CQ occurrens NA productæ in Q.
Co. Le. 6. 16. Sexti Erit igitur propter æqualitatem* rectangulorum EAS NAQ, vt AE ad AN ita *AQ ad AS in semicirculis quidem in quibus AE maiori rectarum AF AD propinquior est quam AN sic argumen-
7. Tertij. tor. Sed AE* maior est quam AN, ergo & AQ maior erit quam AS. Sed quoniam rectangulum NAQ æquatur quadrato AI hoc est quadrato AM, & AN vt propinquior maiori rectarum AF AD
7. Tertij. maior* quam AM, quæ est remotior, ergo AN maior erit quam AQ, & per consequens AE multo maior, atque multo maior quam AS. Sic igitur quatuor proportionalium AE AN AQ AS maxi-
21. Quin. & Le. 7. ma erit AE, minima vero AS, vnde SE maior* erit quam QN.

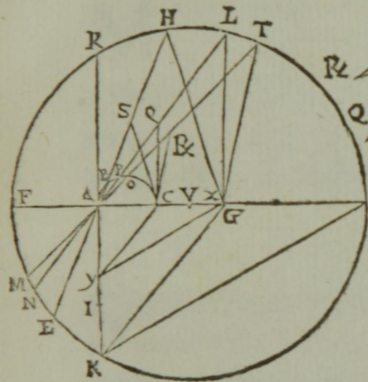
In semicirculis vero in quibus AE à maiore rectarum AF AD re-
7. Tertij. motior est quam AN, argumentor hoc modo. Sed AE minor* est quam AN, ergo & AQ minor erit quam AS. Sed quoniam re-
Lem. 6. ctangulum ANQ æquale* est quadrato AI, vel quadrato AM, & AN minor quam AM, ergo ipsa AN multo minor erit quam AQ,

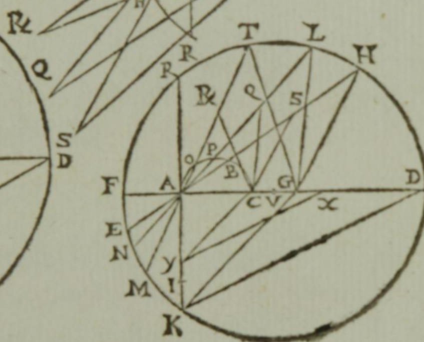
& multo

Ponantur hæ figuræ sub linea 12. paginæ 51. ita vt paginam 50. respiciant.









m AQ.
ma erit
que hoc 25 Quin. vel Le.7. Lem.6.
N P ad
te B in-
nter B S
per con-
ad EB,
P quàm
notiore,

nium,
ntur.
otiore
t om-

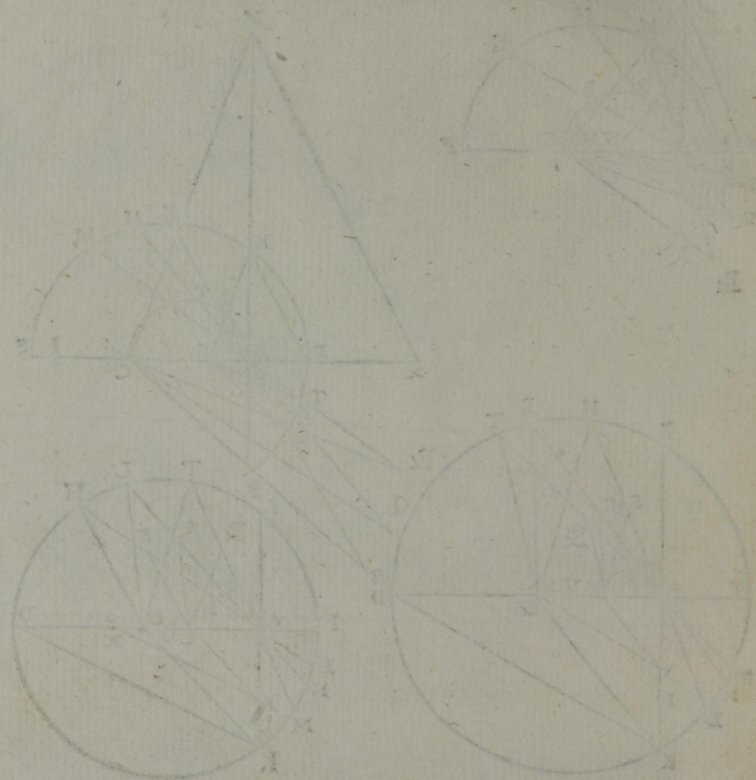
m quę
. Cum
parte
nium,

penti-
ectam
culo-

Oportet autem eam magnitudine datam non esse maiorem maxima rectarum linearum, quæ ad ipsum angulum

ferent

propi



tiam I

tur G

Co.Le.6. Erit ig

16. Sexti AE ac

maior.

7. Tertij. tor. S

AS. S

est qua

7. Tertij. maior

AQ, &

AS. S

21. Quin. ma eri

& Le.7. In se

7. Tertij. motior ... AN, argumentor hoc modo. Sed AE minor * est quam AN, ergo & AQ minor erit quam AS. Sed quoniam re-

Lem. 6. ctangulum ANQ æquale * est quadrato AI, vel quadrato AM, & AN minor quam AM, ergo ipsa AN multo minor erit quam AQ,

& multo

& multo minor quàm A S, ostensa est enim A S maior quam A Q. Quatuor igitur proportionalium A E A N A Q A S minima erit A E, maxima A S, vnde S E * maior erit quam Q N. Atque hoc idem demonstrauimus & supra. 25 Quin. vel Le. 7. Lem. 6.

Denique in vtroque casu quoniam est vt A G ad A C ita * N P ad P Q, & ita E B ad B S, erit N P ad P Q vt E B B S, & existente B inter E S erit conuertendo & componendo, existente vero E inter B S erit conuertendo & diuidendo, at existente S inter E B, erit per conuersionem rationis & conuertendo, vt Q N ad N P ita S E ad E B, sed minor est Q N quàm S E vt demonstrauimus, ergo & N P quàm B B minor erit. Propinquior igitur minimæ minor est remotiore, quod postremo loco erat demonstrandum.

COROLLARIVM I.

MAnifestum est igitur A K maximam esse omnium, quæ inter circumferentias K M A O interijciuntur. Ostensum est enim propinquiorem ipsi M O remotiore ex eadem parte minorem esse, sed A K remotissima est omnium, ergo & maxima.

COROLLARIVM II.

SImiliter manifestum est F C maximam esse omnium quę inter circumferentias M F O C interijciuntur. Cum enim propinquior ipsi M O remotiore ex eadem parte ostensa sit minor, ipsa F C quæ remotissima est omnium, omnium maxima erit.

PROBLEMA.

DAtis duobus semicirculis in directum bases habentibus. Inter eorum circumferentias ponere rectam lineam magnitudine datam, quæ ad vnius semicirculorum angulum pertingat.

Oportet autem eam magnitudine datam non esse maiorem maxima rectarum linearum, quæ ad ipsum angulum

pertingentes inter circumferentias interijciuntur, neque minorem minima. Quæ autem sit maxima, quæve minima, iam est * demonstratum.

Lem. 15. 16 17 et 20

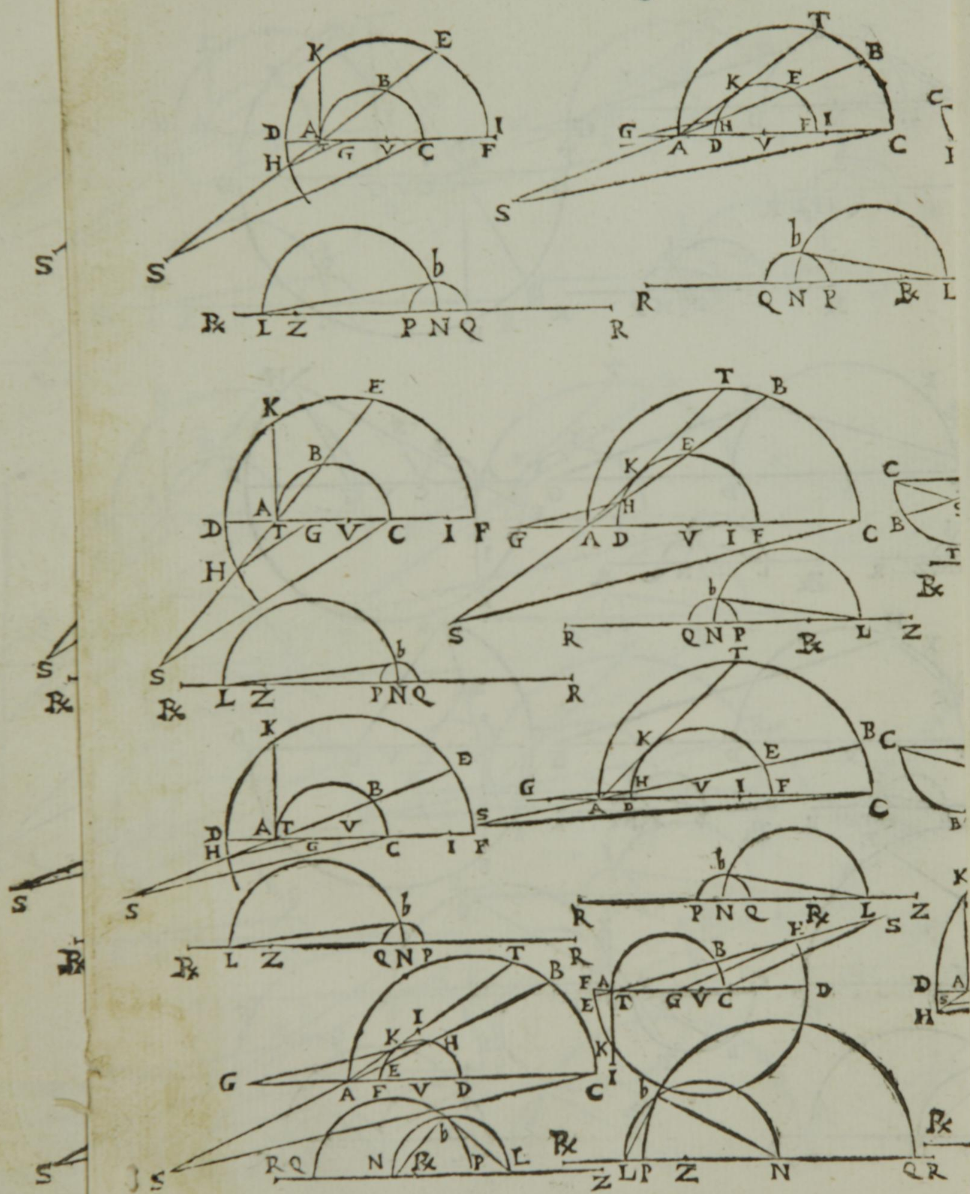
Sint dati duo semicirculi ABC DEF in directum bases habentes AC DF, data autem recta Linea Z ℞, & ducatur A K contingens semicirculum DEF in K, si punctum A sit extra basim semicirculi DF, si vero sit in ipsa base ducatur A K perpendicularis in D F secans circumferentiam DEF in K. Oportet inter circumferentias ABC KF ponere rectam Lineam æqualem Z ℞ datæ, ita vt ad punctum A pertingat. Oportebit autem ipsam Z ℞ non esse maiorem maxima rectarum, quæ ad punctum A pertingentes inter circumferentias ABC KF interijciuntur, neque minorem minimam.

Primum existant semicirculi, vel ex opposito, vel alter in altero inclusus, neuter vero alterum tangat, aut secet etiam si compleantur. Et sit, vbi alter includitur, FC maior quàm AD. In oppositis vero, existente puncto A in base DF, sit minor, existente enim extra, sit quomodocunque. Producatur A K ad circumferentiam ABC in T. Si igitur Z ℞ data sit æqualis maximæ, factum iam erit quòd proponebatur, etenim maxima est ea, quæ maior est rectarum K T FC. Si vero Z ℞ sit æqualis minimæ, minimaque sit ea quæ minor est ipsarum K T FC, itidem factum erit quod proponebatur. Sin ipsarum minor non sit minima, inuenta minima, problemati satisfiet. Quomodo autem inueniend a sit minima vide Lemmata 16. & 20. Sed si Z ℞ minor sit maxima maior autem minima ponatur ex centro Circuli DEF, quod sit V, recta VG æqualis ipsi VC, & Z ℞ secetur bifariam in L, & fiat vt * A G ad A C ita quadratum A K ad quadratum AI. Similiter vt A G ad A C ita fiat L Z ad Z N. Et existente puncto A extra basim semicirculi DF, fiat L N differentia rectarum L Z Z N, existente vero in ipsa base, fiat L N earundem aggregatum. In ipsa autem L N describatur semicirculus, in quo accõmodetur recta LB æqualis AI, est enim AI minor quàm LN vt sequenti Lẽmate demonstrabimus, & iungatur Nb, & centro N interuallo Nb describatur circulus, quem LN producta secet in punctis PQ, & à puncto A ad circumferentiam KF ducatur A E ipsi L P differentiæ vel aggregato rectarum L N N b æqualis. Quo autem casu L P fiat differentia, quove aggregatum, post sequens Lemma præcepta ponemus, & inde ijs quæ sequuntur Lemmatibus demonstrabimus eam rectã posse duci. Producta denique vbi opus exigit A E ad circumferentiam ABC in B, facta erit problematis constructio. Secet enim B A etiam producta semicirculum DEF, aut circulum completum in N, & conectatur G H, cui parallela ducatur C S se-

Lem. 3.

cans

Figuræ Problematis collec



Figuræ Problematis collocandæ inter paginas 52. & 53.

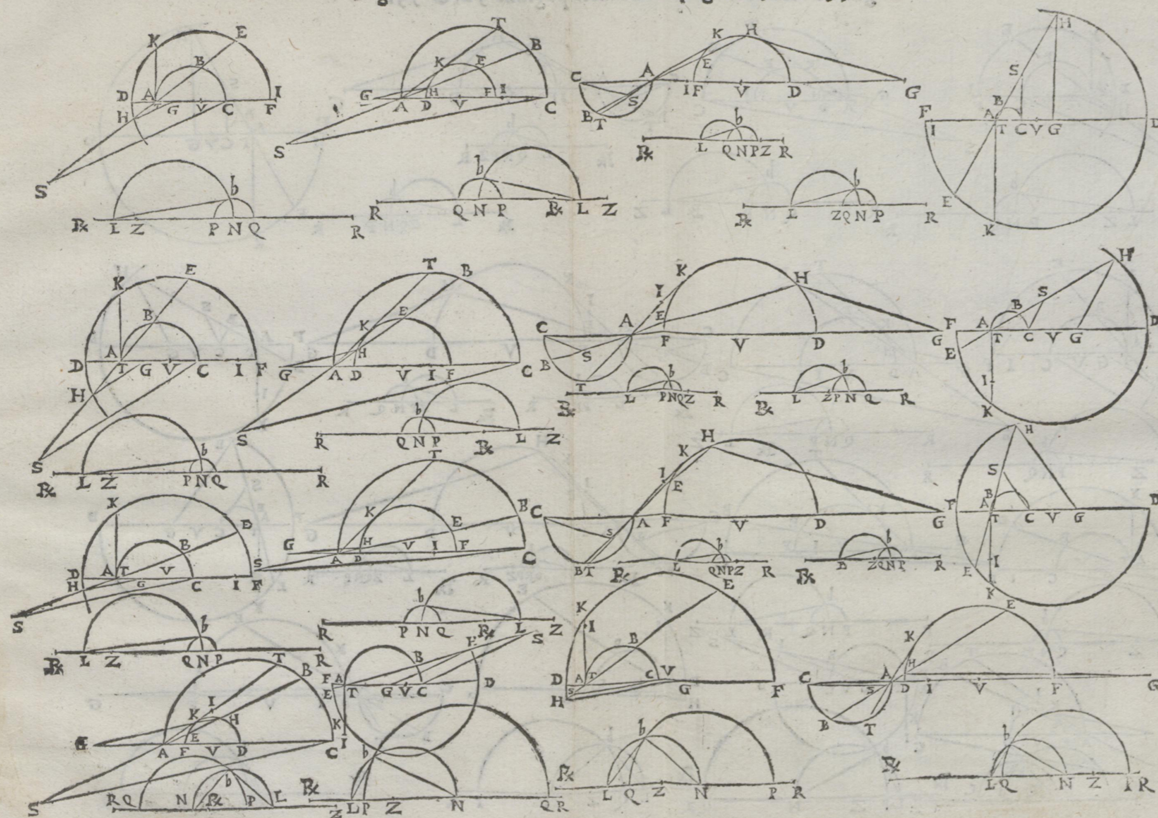
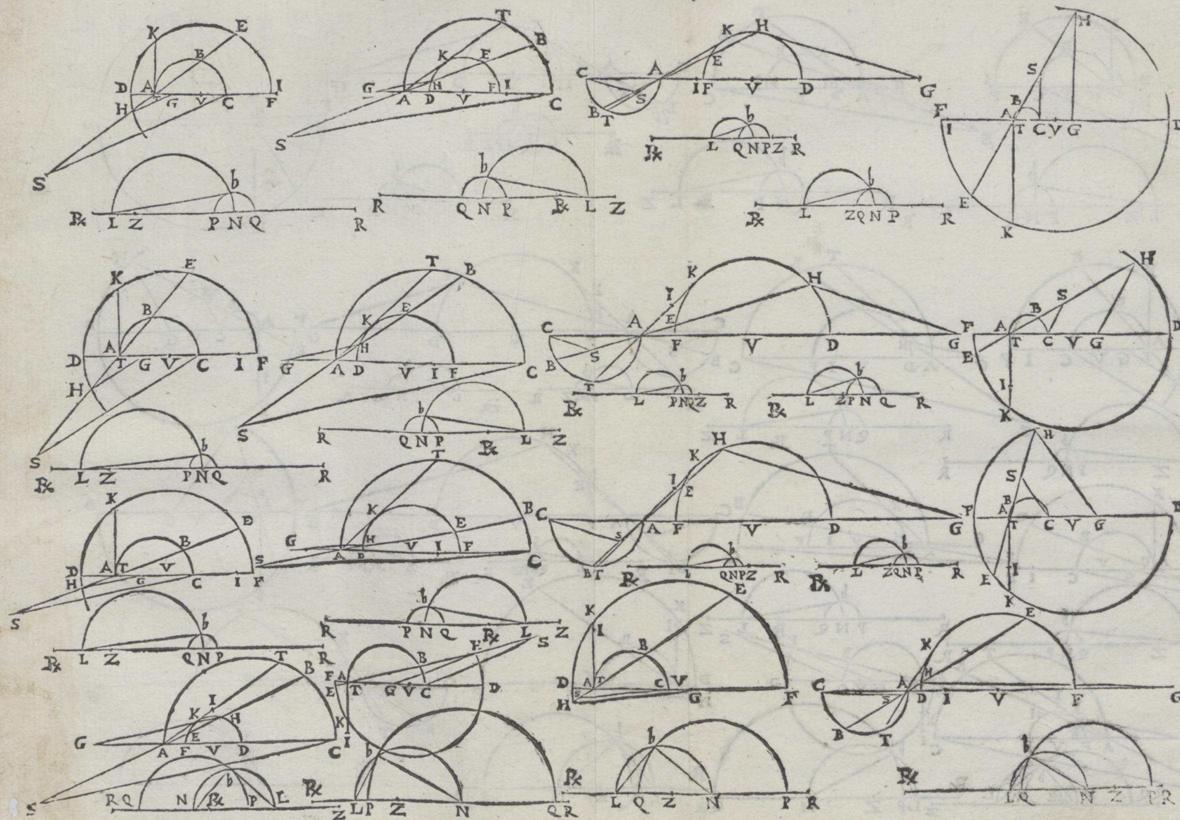
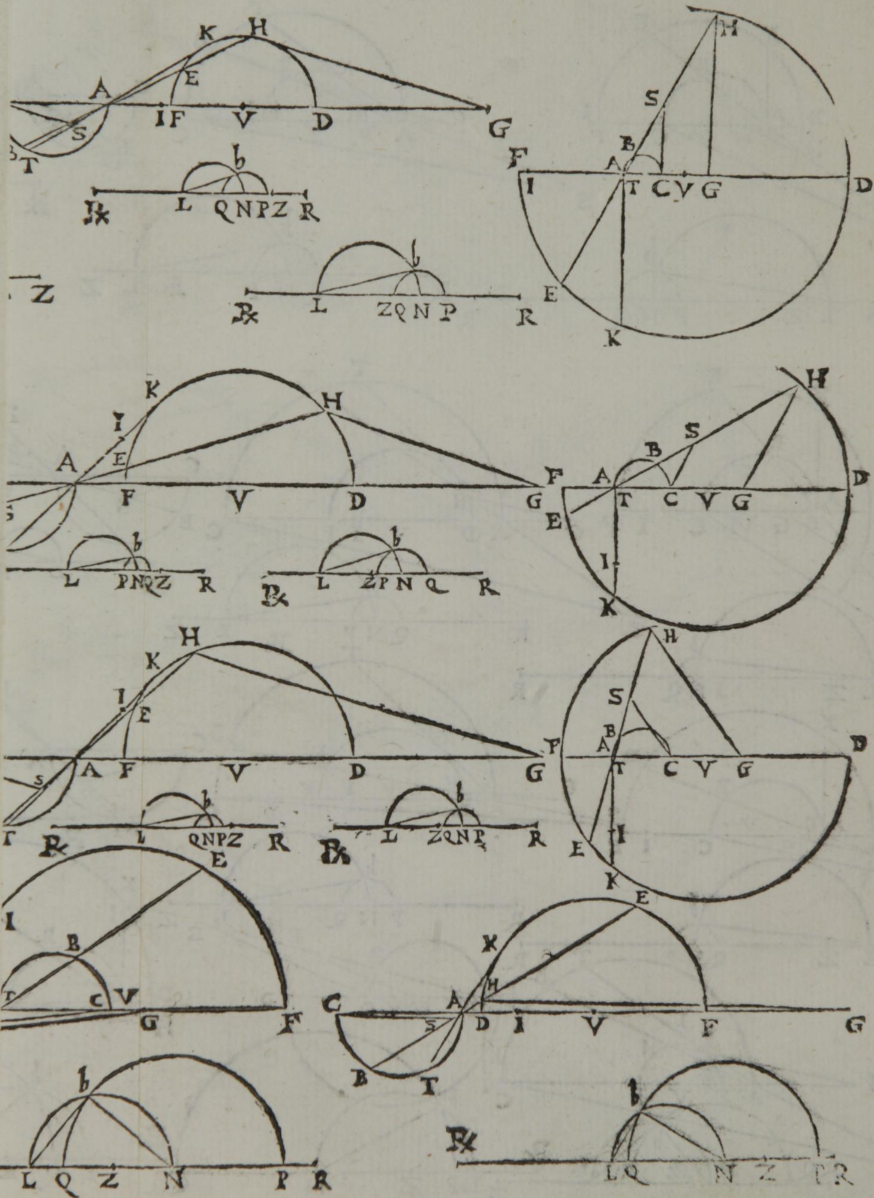


Figura Problematis collocandæ inter paginas 52. & 53.

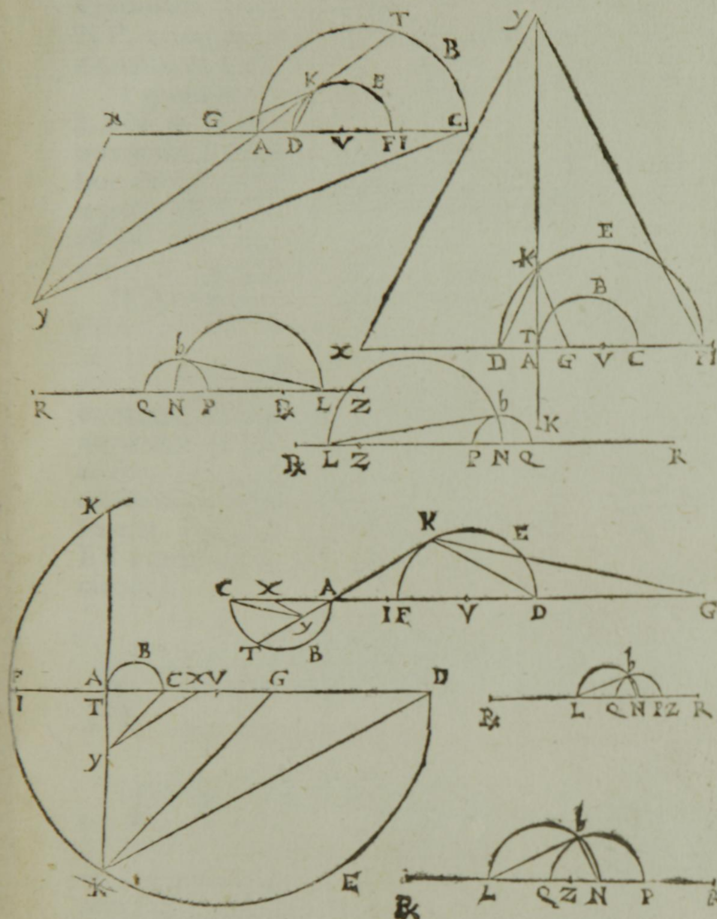


andæ inter paginas 52. & 53.



53

Collocandæ sunt hæ figuræ sub linea 22. paginæ 53. ita vt eandem paginam respiciant, & Lemmati XXI. seruiant.



N in R.
ue NQ
tionem

is enim
ile * erit — 36. Tertij
ato A I — Lem. 5.
ed E A — & Le. 6.
Q, hoc
ota E S

onstru-
d Z N, — Lem. 5.
compo- — & Le. 6.
ndo, at
uerten-
st enim
prima
æqua-
ta linea
erat fa-

ic de-

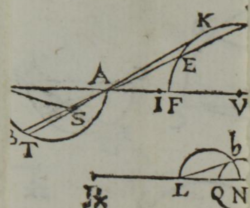
secan-
R, &
rcum-
angu-
A A I — Lem. 5.
o, hoc — & Le. 6.

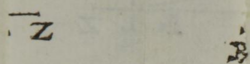
tione,
N, &
ndo &
rtendo

diuidendoque, & iterum conuertendo, at existente X inter F C, erit per conuersionem rationis, vt F C ad F X ità L Z ad L N, & ita quo que Z ℞ ad L R, dupla videlicet ad duplam sed F C minor est quàm Z ℞, ponitur enim F C minima, Z ℞ vero maior minima, ergo & F X quam L R minor erit, sed F X non est minor quàm A I dupla,

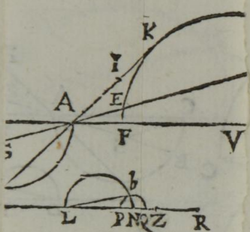
I I R E D

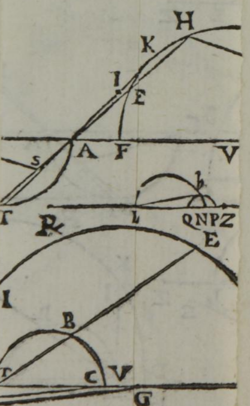
andæ inter pagina

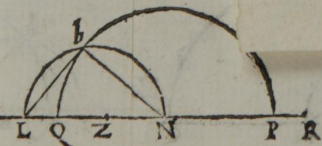




Z









cans E A, vel ei continuatæ occurrens in S, & duplicetur L N in R. Quoniam igitur æquales sunt L N N R, & æquales quoque N Q N P, erunt per æqualium æqualibus additionem, vel subductionem æquales & L Q R P.

Et quoniam L G tangit circulum P b Q in b, angulus enim L b N in semicirculo rectus est, rectangulum P L Q æquale* erit quadrato L b, sed & rectangulum E A S æquatur* quadrato A I hoc est L b, ergo æqualia erunt rectangula E A S P L Q, sed E A æqualis est L P ex construtione, ergo & A S æqualis erit L Q, hoc est ipsi P R, ostensæ sunt enim æquales L Q P R. Quare tota E S toti L R æqualis erit. *36. Tertij* *Lem. 5. & Le. 6.*

Postremo quoniam est vt A G ad A C ita L Z ad Z N ex constructione, & ita* quoque E B ad B S, erit E B ad B S vt L Z ad Z N, & existente puncto B inter puncta S E erit conuertendo & componendo, existente vero E inter S B, erit conuertendo & diuidendo, at existente S inter E B, erit per conuersionem rationis, & conuertendo, vt S E ad E B, ita N L ad L Z, hoc est ita L R ad Z ℞, est enim eadem ratio dupli ad duplum quæ sempli ad simplum, sed S E prima ostēsa est æqualis L R tertiæ, ergo & E B secūda quartæ Z ℞ æqualis erit. Posita est igitur inter circumferentias A B C K F recta linea E B æqualis Z ℞ datæ, eaque ad punctum A pertingit, quod erat faciendum. *Lem. 5. & Le. 6.*

Lemma XXI.

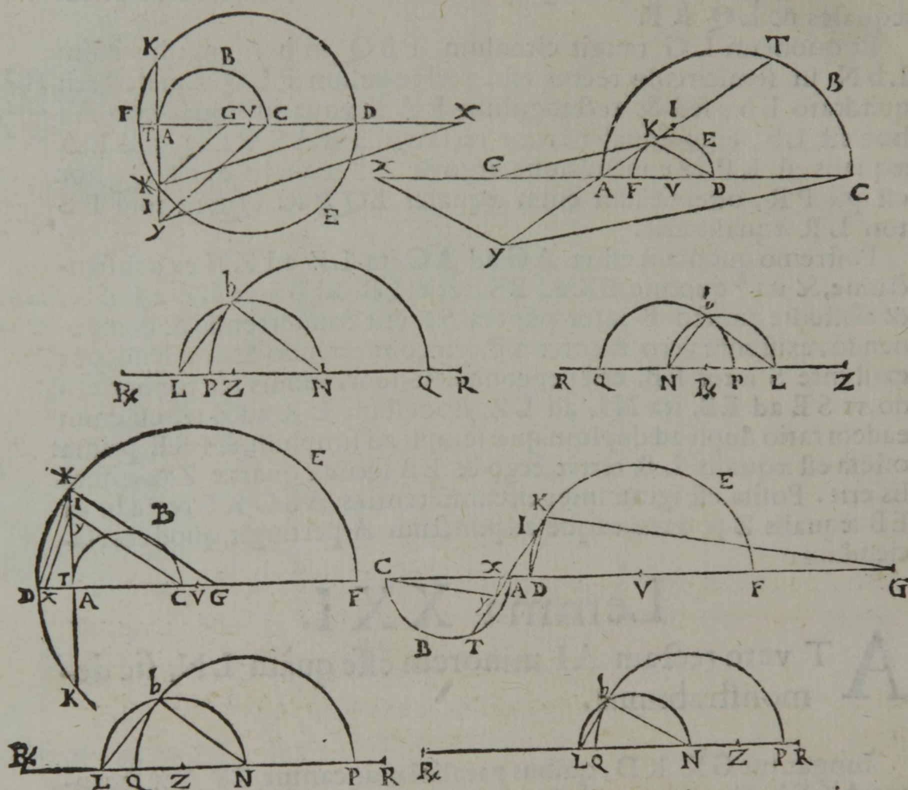
AT vero rectam A I minorem esse quàm L N, sic demonstrabimus.

Iungantur G K K D, quibus parallelæ ducantur C Y Y X secantes A K F A continuatas in punctis Y X, & duplicetur L N in R, & sit primū F C minima omnium, quæ per A ductæ inter circumferentias semicirculorum interijciuntur. Quoniam igitur rectangulum F A X æquale* est quadrato A I, erunt proportionales F A A I A X. Vnde composita ex extremis non erit minor mediæ duplo, hoc est F X non erit minor quàm A I dupla. *Lem. 5. & Le. 6.*

Et quoniam est vt A G ad A C ità L Z ad Z N ex constructione, & ita quoque F C ad C X, erit F C ad C X vt L Z ad Z N, & existente puncto C inter F X, erit conuertendo & componendo & rursus conuertendo, existente vero F inter X C, erit conuertendo diuidendoque, & iterum conuertendo, at existente X inter F C, erit per conuersionem rationis, vt F C ad F X ità L Z ad L N, & ita quoque Z ℞ ad L R, dupla videlicet ad duplam sed F C minor est quàm Z ℞, ponitur enim F C minima, Z ℞ vero maior minima, ergo & F X quam L R minor erit, sed F X non est minor quàm A I

dupla,

dupla, vt demonstrauimus, ergo & A I dupla minor erit quam L R, & per consequens A I simpla minor quàm L N, quæ est dimidia ipsius L R.



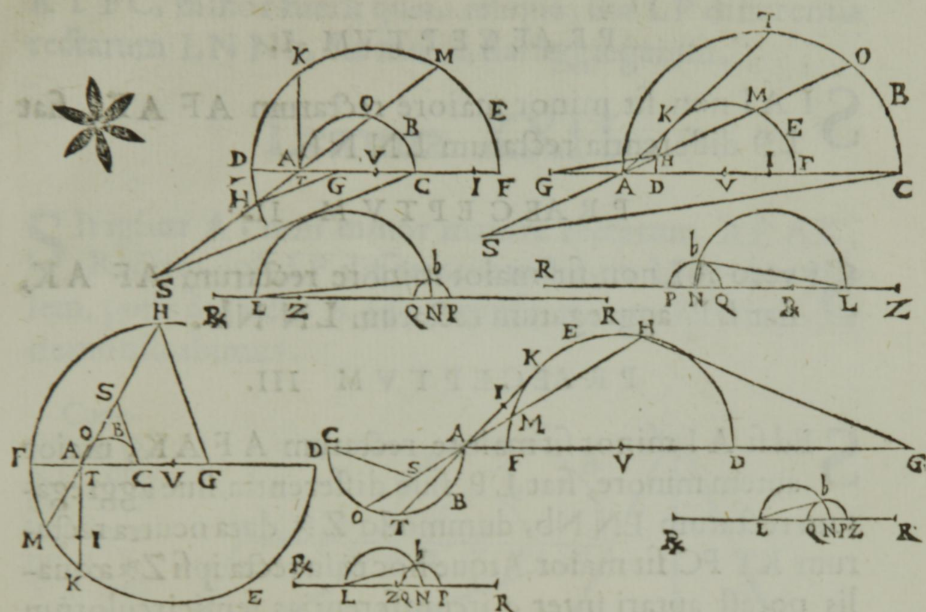
Deinde sit K T omnium minima. Eadem ratione, quoniam rectangulum Y A K æquatur* quadrato A I, erunt proportionales* Y A A I A K, quare Y K composita ex extremis non erit minor quàm A I dupla.

Le. 5. et 6
17. Sexti.

Le. 5. et 6

Et quoniam est vt A G ad A C ita * K T ad T Y, & ita quoque L Z ad Z N ex constructione, erit K T ad T Y vt L Z ad Z N, & existente Z inter L N, erit conuertendo & componendo ac etiam conuertendo, existente vero L inter Z N, erit conuertendo & diuidendo & rursus conuertendo, at existente N inter L Z, erit per conuersionem rationis vt K T ad Y K ita L Z ad L N, hoc est ita Z ℞ ad L R, dupla videlicet ad duplam. Sed K T, cum sit minima, minor est quàm Z ℞, ponitur enim Z ℞ maior minima, Ergo & Y K minor erit quàm L R. sed Y K ostensa est non minor quàm A I dupla, ergo & A I dupla minor erit quam L R, & per consequens A I simpla minor quàm L N, dimidia videlicet ipsius L R.

Denique



Denique neutra rectarum K T F C sit minima, sed alia quædam, vt pote M O, quæ producta secet semicirculum D E F, aut circulum completum in H, & iungatur G H, cui parallela ducatur C S occurrens M A continuatæ in S. Rectangulum igitur M A S æquale* erit quadrato A I, & ideò proportionales erunt M A A I A S, quare M S composita ex extremis non erit minor quàm A I dupla. Le. 5. et 6

Et quoniam est vt A G ad A C ita*M O ad O S, & ita quoque L Z ad Z N ex constructione, erit M O ad O S vt L Z ad Z N, & existente O inter M S, erit conuertendo componendoque, & rursus conuertendo, existente vero M inter O S, erit conuertendo, & diuidendo, ac rursus conuertendo, at existente S inter M O, erit per conuersionem rationis, vt M O ad M S ita L Z ad L N, idest ita Z ℞ ad L R, dupla videlicet ad duplam. Sed M O, cum sit minima, minor est quam Z ℞, ergo & M S minor erit quam L R, sed ostensa est M S non minor quam A I dupla, ergo & ipsa A I dupla minor erit quàm L R, & consequenter A I simpla minor quam L N, hoc est quam dimidia ipsius L R. Quocunque igitur casu recta A I minor est quàm L N, quod erat demonstrandum. Le. 5. et 6

Quo autem casu L P fiat differentia rectarum L N N b, quoue aggregatum, ratio his constat præceptis.

PRAE-

PRAECEPTVM I.

SI AI non ſit minor maiore rectarum AF AK, fiat LP differentia rectarum LN Nb.

PRAECEPTVM II.

SI vero AI non ſit maior minore rectarum AF AK, fiat LP aggregatum rectarum LN Nb.

PRAECEPTVM III.

SEd ſi AI minor ſit maiore rectarum AF AK, maior autem minore, fiat LP ſiue differentia, ſiue aggregatum rectarum LN Nb, dummodo Z℞ data neutra rectarum KT FC ſit maior. Atque hoc caſu recta ipſi Z℞ æqualis poteſt aptari inter circumferentias ſemicirculorum ex vtraque parte minimæ, & ideo duobus modis Problema abſolui. Nam ſi LP fiat differentia, aptabitur ea recta inter circumferentias ſemicirculorum quæ minima, & ea quæ minor eſt rectarum AF AK etiam producta terminantur. Si vero LP fiat aggregatum, aptabitur ea recta inter circumferentiàs ſemicirculorum, quæ minima & ea quæ maior eſt rectarum AF AK etiam producta terminantur.

PRAECEPTVM IIII.

SI autem Z℞ data maior ſit minore rectarum KT FC, recta, ipſi Z℞ æqualis, poterit aptari inter circumferentias ſemicirculorum ex vna tantam parte minimæ, id eſt inter circumferentias quæ minima, & maxima, intercipiuntur. Ergo ſi alterutra rectarum AF AK, ea ſcilicet quæ contermina eſt maximæ, hoc eſt maiori rectarum

KT FC

K T F C, minor fuerit quam reliqua, fiat L P differentia rectarum L N N b, Sin maior, fiat aggregatum.

Lemma XXII.

SIt igitur A I non minor maiore rectarum A F A K. Rectam, ipſi LP differentiæ rectarum LN N b æqualem, poſſe à puncto A ad circumferentiam K F duci, ſic demonſtrabimus.

Conectãtur G K K D, quibus parallelæ agantur C Y Y X ſecãtes A K C A continuatas in pũctis Y X, & duplicetur L N in R. Ergo æquales erunt L Q R P, æqualibus enim L N N R additæ ſunt æquales N Q N P, quare rectangulum P L Q æquale erit rectangulo L P R, ſed rectangulum P L Q æquale eſt quadrato L b, circulum enim P b Q tangit L b in b, quoniam rectus eſt angulus L b N in ſemicirculo; Ergo & rectangulum L P R æquale erit quadrato L b.

Primum igitur ſit A F maior quàm A K, Ergo cum A I non ſit minor quàm A F, ea enim ponitur non minor maiore rectarum A F A K, erit K T * maior quàm F C, & ideo maxima * omnium quæ per A ducuntur & inter circumferentias K F A B C interijciuntur, ipſa vero F C * minima, vnde Z R data minor erit quàm K T, & maior quàm F C, ea enim ponitur minor maxima, maior autem minima. Lem. 13. & 17. Lem. 15. & 19.

Quoniam igitur eſt vt A G ad A C ita L Z ad Z N ex conſtructione, & ita * F C ad C X, erit L Z ad Z N vt F C ad C X, & conuertendo Le. 5. et 6

uertendo vt Z N ad L Z ita C X ad F C, & existente puncto L inter puncta Z N, erit diuidẽdo, existente vero Z inter L N, erit cõponendo vt L N ad L Z ita F X ad F C & rursus conuertendo vt L Z ad L N, hoc est, vt Z ℞ ad L R. (Est enim eadem ratio dupli ad duplum, quæ simpli ad simplum) ita erit F C ad F X, sed Z ℞ ostensa est maior quam F C, ergo & L R quam F X maior erit.

Et quoniam rectangulum L P R ostensum est æquale quadrato L b hoc est quadrato A I, cui quoque æquale * est & rectangulum F A X, æqualia erunt rectangula L P R F A X, & ideò *proportionales L P F A A X P R, sed L R composita ex extremis ostensa est maior quàm F X composita ex medijs, ergo*altera extremarum L P P R minima erit, sed L P minor est quàm P R, sunt enim æquales L N N R ex constructione, Ergo ipsa L P minima erit, & per consequens minor quàm A F.

Le. 5. et 6

16. Sexti.

Lem. 9.

Vt autem reliqua demonstrationis pars vtrique figuræ conueniat, transferatur (in semicirculis in quibus punctum A existit in base D F) recta A K ad contrarias partes, ità vt Y K sit composita ex A Y & A K. Quoniam igitur est vt A G ad A C ita L Z ad Z N ex constructione, & ita * K T ad T Y erit K T ad T Y vt L Z ad Z N, & conuertendo vt T Y ad K T ita Z N ad L Z, & existente puncto L inter Z N, erit diuidendo, existente vero Z inter L N, erit componendo vt Y K ad K T ita L N ad L Z, idest ità L R ad Z ℞, dupla videlicet ad duplam, & rursus conuertendo vt K T ad Y K ita erit Z ℞ ad L R, sed K T ostensa est maior quàm Z ℞, Ergo & Y K quàm L R maior erit.

Le. 5. et 6

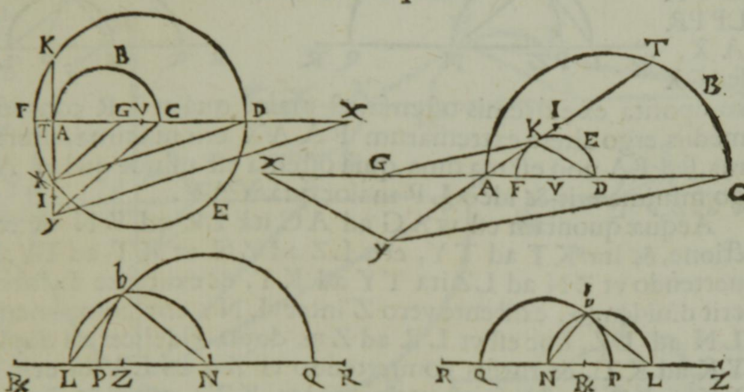
Et quoniam rectangulum Y A K æquale*est quadrato A I, proportionales erunt A K A I A Y, sed A K minor est quàm A I, ponitur enim A I non minor maiore rectarum A F A K, hoc est non minor quàm A F, Ergo & A I minor erit quàm A Y, & per consequens

Le. 5. et 6

ſequens A K multo minor.

Et quoniam rectangulum L P R oſtenſum eſt æquale quadrato
L b, hoc eſt quadrato A I, cui quoque æquale*eſt & rectangulum *Le.5.et 6*
Y A K erunt rectangula Y A K L P R æqualia, & ideò*proportio- *16.Sexti.*
nales Y A L P P R A K. Sed Y K compoſita ex extremis oſtenſa eſt
maior quàm L R compoſita ex medijs, ergo altera extremarum Y A *Lem.9.*
A K erit* maxima, altera minima, ſed A K non eſt maxima, quia
oſtenſa eſt minor quàm A Y, ergo minima erit, & ideò L P quàm
A K maior. Cum itaque L P maior ſit quàm A K, & minor quàm
A F, poterit à puncto A ad circumferentiam K F duci recta ipſi
L P differentiæ rectarum L N N b æqualis.

Sed ſit AK maior quàm AF, ergo AI non erit minor q̄ AK, ponitur em̄ AI nō minor

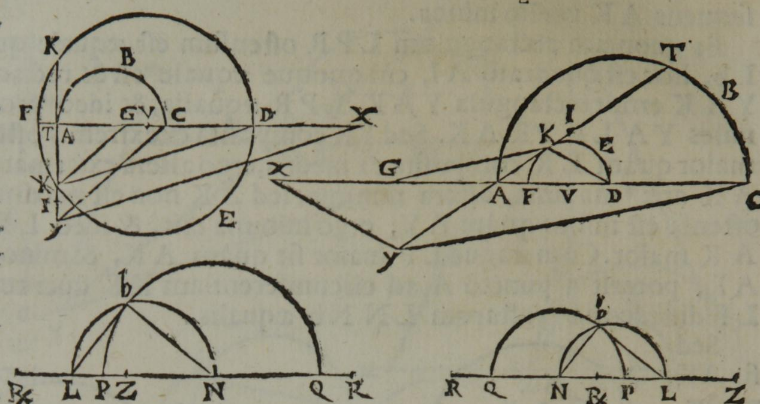


maiore ipſarum A F A K, quare F C maior*erit quam K T, ac *Lem. 14.*
proinde maxima*omnium, quæ ad punctum A pertingentes inter *& 18.*
circumferentias K F A B C interijciuntur, minima vero K T, vnde *Lem.15.*
Z ℞ data minor erit quam F C, maior autem quàm K T. *& 19.*

Quoniam igitur eſt, vt A G ad A C ità L Z ad Z N ex conſtru-
ctione, & ita * quoque F C ad C X, erit F C ad C X vt L Z ad Z N *Le.5.et 6*
& conuertendo vt C X ad F C ita Z N ad L Z, & exiſtente F in-
ter C X erit diuidendo, exiſtente vero C inter F X, erit componen-
do vt F X ad F C ità L N ad L Z, & ita L R ad Z ℞, dupla vide-
licet ad duplam, & rurſus conuertendo vt F C ad F X ita erit Z ℞
ad L R, ſed F C maior eſt quàm Z ℞, vt demonſtrauimus, ergo &
F X quam L R maior erit.

Et quoniam rectangulum F A X æquale*eſt quadrato A I, pro- *Le.5.et 6*
portionales erunt F A A I A X, ſed F A minor eſt quàm A I, poni-
tur enim AI non minor maiore rectarum A F AK, hoc eſt nō minor
quàm A K, ergo & A I minor erit quàm A X, atque adeò F A
multo minor.

Et quoniam rectangulum L P R oſtenſum eſt æquale quadrato
L b, hoc eſt quadrato A I, cui quoque æquatur * & rectangulum *Le.5.et 6*



FAX, erũt æqualia rectangula FAX LPR, & ideo proportionales* FA LP PR AX, sed FX
16.Sexti. (margin note beside "les* FA")

composita ex extremis ostensa est maior quàm LR composita ex medijs, ergo altera extremarum FA AX erit maxima, altera minima, sed FA non est maxima, quia ostensa est minor quàm AX, ergo minima erit, & ideò LP maior quàm AF.

Aequæ quoniam est vt AG ad AC ità LZ ad ZN ex constru-
Le.5.et 6 ctione, & ita*KT ad TY, erit LZ ad ZN vt KT ad TY, & conuertendo vt ZN ad LZ ita TY ad KT, & existente L inter ZN, erit diuidendo, existente vero Z inter LN, erit componendo, vt LN ad LZ, hoc est vt LR ad ZR, dupla videlicet ad duplam, ita YK ad KT, & rursus conuertendo vt ZR ad LR ita erit KT ad YK, sed ZR ostensa est maior quàm KT, ergo & LR maior erit quàm YK.

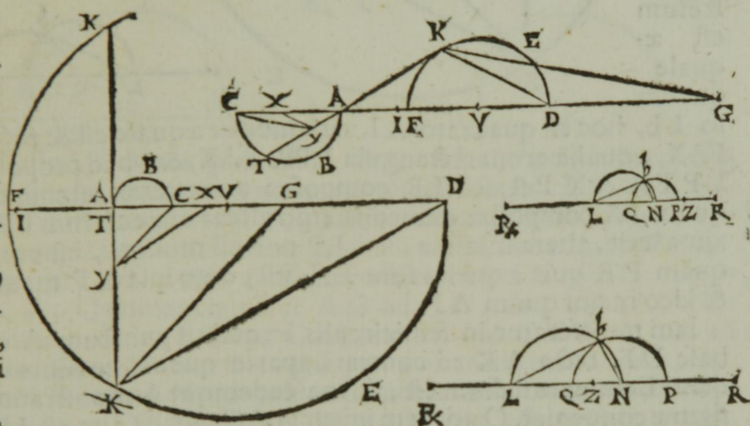
Et quoniam rectangulum LPR ostensum est æquale quadrato
Le 5.et 6 Lb, hoc est AI, cui æquale* est & rectangulum YAK, erunt
16.Sexti. æqualia rectangula LPR YAK, & ideo proportionales* LP YA AK PR, sed LR composita ex extremis ostensa est maior quàm YK composita ex medijs, ergo altera extremarum LP PR mini-
Lem 9. ma *erit, altera maxima, sed LP non est maxima, est enim minor quàm PR hoc est quàm LQ, ergo minima erit, & ideò minor quàm AK. Cum igitur LP minor sit quàm AK, & maior quàm AF, vt demonstrauimus, poterit à puncto A ad circumferentiam KF duci recta ipsi LP differentiæ rectarum LN Nb æqualis, quod erat ostendendum.

Lem-

Lemma XXIII.

SEd ſit AI non maior minore rectarum A F A K. Rectam ipſi LP, aggregato rectarum L N Nb æqualem, poſſe à puncto A ad circumferentiam K F duci, ita ſit manifeſtum.

Iũgantur KG KD, eiſque parallelæ ducantur CY Y X ſecantes KT CD in punctis YX, & duplicetur LN in



R. Ergo æquales erunt L Q R P, ab æqualibus enim LN NR ablatæ ſunt æquales NQ NP, quare rectangulum P L Q, æquale erit rectangulo LPR, ſed rectangulum PLQ æquale eſt quadrato Lb, recta enim L b tangit circulum P b Q in b, quia rectus eſt angulus LbN in ſemicirculo, ergo & rectangulum L P R æquale erit quadrato Lb.

Sit primum A F minor quàm A K, ergo cum ſit A I non maior quàm AF, (ea enim ponitur nõ maior minore rectarum AF AK) erit KT * maior quàm F C, vnde ipſa K T * maxima erit omnium ductarum per A, quæ inter circumferentias K F A B C interijciuntur, minima vero F C. Itaque Z R data minor erit quàm K T, & maior quàm F C. *Lem. 13. & 7. Lem. 15. & 19.*

Quoniam igitur eſt vt AG ad AC ita LZ ad ZN ex conſtructione, & ita FC * ad CX, erit LZ ad ZN vt FC ad CX, & exiſtente puncto N inter LZ, erit per conuerſionem rationis, exiſtente vero Z inter L N, erit conuertendo componendoque & rurſus conuertendo, vt LZ ad LN ita FC ad FX, hoc eſt vt Z R ad LR ita F C ad F X, eſt enim eadem ratio dupli ad duplum quæ ſimpli ad ſimplum, ſed Z R oſtenſa *Le. 5. et 6*

eſt

est maior quā FC, ergo & LR quā FX maior erit. Et qm̄ rectangulum LPR ostēsum est æquale quadrato Lb, hoc est quadrato AI, cui quoque æquale est & rectāgulum FAX, æqualia erunt rectangula LPR FAX, & ob id proportionales LP FA AX PR, sed LR composita ex extremis ostensa est maior quàm FX composita ex medijs, ergo altera extremarum LP PR maxima*erit, altera minima, sed LP non est minima, est enim maior quàm PR quia æquales sunt LN NR, ergo ipsa LP maxima erit, & ideo maior quàm AF.

Lem.9. (margin note)

Iam transferatur, in semicirculis in quibus punctum A existit in base DF, recta AK ad contrarias partes quemadmodum in præcedenti Lemmate factum est, vt vna eademque demonstratio vtrique figuræ conueniat. Quoniam igitur vt AG ad AC ita est LZ ad ZN ex constructione, & ita*KT ad TY, erit KT ad TY vt LZ ad ZN, & existente N inter LZ, erit per conuersionem rationis, existente vero Z inter LN, erit conuertendo & componendo ac rursus conuertendo vt KT ad KY ita LZ ad LN, hoc est ita Z℞ ad LR, dupla videlicet ad duplam, sed KT ostensa est maior quàm Z℞, ergo & KY maior erit quàm LR.

Le.5.et 6 (margin note)

Et quoniam rectangulum YAK æquale*est quadrato AI, proportionales erunt AK AI AY, sed AK maior est quam AI, ponitur enim AI non maior minore rectarum AF AK, hoc est non maior quam AF, ergo & AI maior erit quam AY, & consequenter AK multo maior.

Le.5.et 6 (margin note)

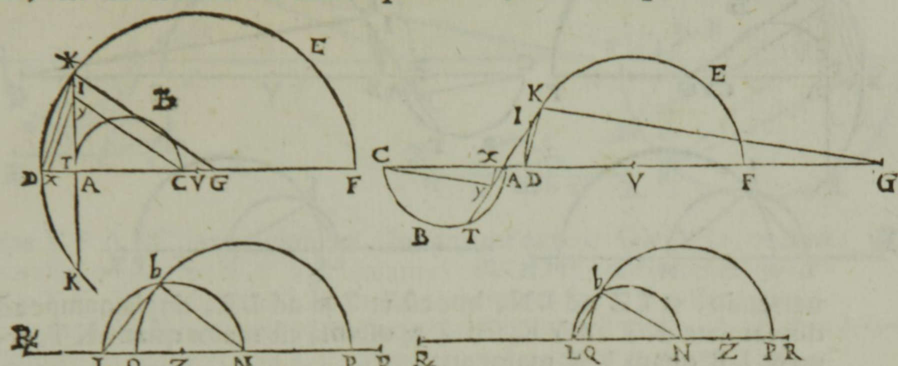
Et quoniam rectangulum LPR ostensum est æquale quadrato Lb, hoc est quadrato AI, cui quoque æquatur* & rectangulum YAK, æqualia erunt rectangula YAK LPR, ac proinde proportionales YA LP PR AK, sed YK composita ex extremis maior est quam LR composita ex medijs vt demonstrauimus; ergo altera extremarum YA AK maxima*erit, altera minima], sed AK non est minima, quia ostensa est maior quàm AY, ergo maxima erit, vnde

Lem.5..6 (margin note)

Lem.9. (margin note)

de

de L P minor quam A K. Poterit igitur à puncto A ad circumferentiam K F duci recta ipsi L P aggregato rectarum L N N b æqualis, ostensa est enim L P maior quam A F, & minor quam A K.

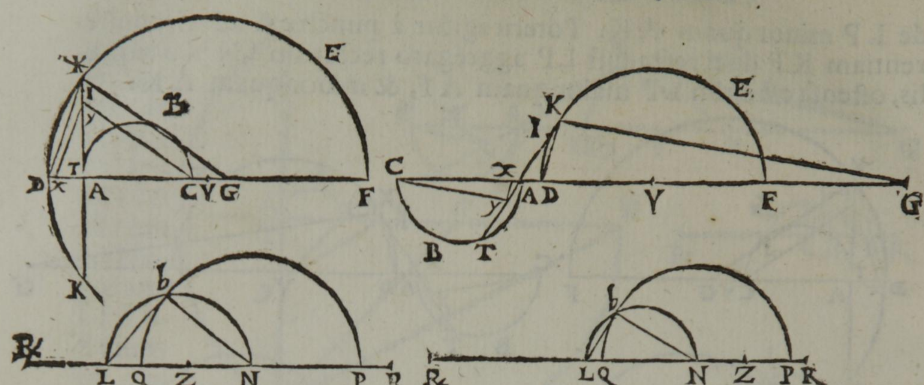


Deinde sit AK minor quam A F. Ergo A I non erit maior quam A K, ponitur enim A I non maior minore rectarum A F A K, quare F C maior * erit quam K T, & ideo maxima * omnium quæ per A ducuntur, & inter circumferentias K F A B C interijciuntur, minima vero K T, vnde Z ℞ data minor erit quam F C, maior autem quam K T. Quoniam igitur vt A G ad A C ita est L Z ad Z N ex constructione, & ita F C * ad C X, erit F C ad C X sicut L Z ad Z N, & existente N inter L Z, erit per conuersionem rationis, existente vero Z inter L N, erit conuertendo & componendo ac rursus conuertendo vt F C ad F X ita L Z ad L N, hoc est ita Z ℞ ad L R, dupla videlicet ad duplam, sed F C ostensa est maior quam Z ℞, ergo & F X maior erit quam L R. *Lem. 14. & 18.* *Lem. 15. & 19.* *Le. 5. et 6*

Et quoniam rectangulum F A X æquale * est quadrato A I, proportionales erunt F A A I A X, sed F A maior est quam A I, ponitur enim A I non maior minore rectarum A F A K, hoc est non maior quam A K; ergo & A I maior erit quam A X. vnde F A multo maior. *Le. 5. et 6*

Et quoniam rectangulum L P R ostensum est æquale quadrato L b, hoc est quadrato A I, cui quoque æquale * est & rectangulum F A X, erunt æqualia rectangula F A X L P R, & ideo proportionales F A L P P R A X, sed F X composita ex extremis ostensa est maior quam L R composita ex medijs, ergo altera extremarum F A A X maxima * erit, altera minima, sed F A non est minima, quia ostensa est maior quam A X; ergo maxima erit. Vnde L P minor quam A F. *Le. 5. et 6* *Lem. 9.*

Eadem ratione, quoniam est vt A G ad A C ita L Z ad Z N ex constructione, & ita * K T ad T Y, erit L Z ad Z N sicut K T ad T Y, & existente N inter L Z, erit per conuersionem rationis, existente vero Z inter L N, erit conuertendo & componendo ac rursus conuertendo, *Le. 5. 31. 6*



uertendo, vt LZ ad LN, hoc est vt Z℞ ad LR, dupla nempe ad duplam, ita KT ad YK, sed Z℞ ostensa est maior quam KT, ergo & LR quam YK maior erit.

Et quoniam vtrunque rectangulorum LPR YAK æquale est quadrato Lb, vel quadrato AI vt sæpius demonstrauimus, erunt ea rectangula inter se æqualia, & ideo proportionales LP YA AK PR, sed LR composita ex extremis maior est quam YK composita ex medijs, sic demonstrauimus, ergo altera extremarum LP PR maxima* erit, altera minima, sed LP non est minima, quia maior est quam PR, sunt enim æquales LN NR, ergo maxima erit, atque adeo maior quam AK. Cum igitur LP maior sit quam AK, & minor quam AF, vt demonstrauimus, poterit à puncto A ad circumferentiam KF duci recta ipsi LP aggregato rectarum LN Nb æqualis, quod erat ostendendum.

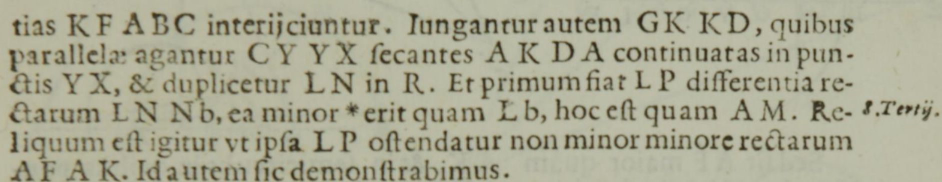
Lem. 9.

Lemma XXIV.

Denique sit AI minor maiore rectarum AF AK, maior autem minore. Ostendendum est igitur rectam ipsi LP, siue differentiæ, siue aggregato rectarum LN Nb æqualem, posse à puncto A ad circumferentiam KF duci, dummodo Z℞ data neutra rectarum KTFC sit maior. Id autem sic fiet.

A puncto A ad circumferentiam KF ducatur AM æqualis AI secans circumferentiam ABC etiam producta in O. Erit igitur MO* minima omnium, quæ per A ducuntur, & inter circumferentias

Lem. 16. & Le. 20

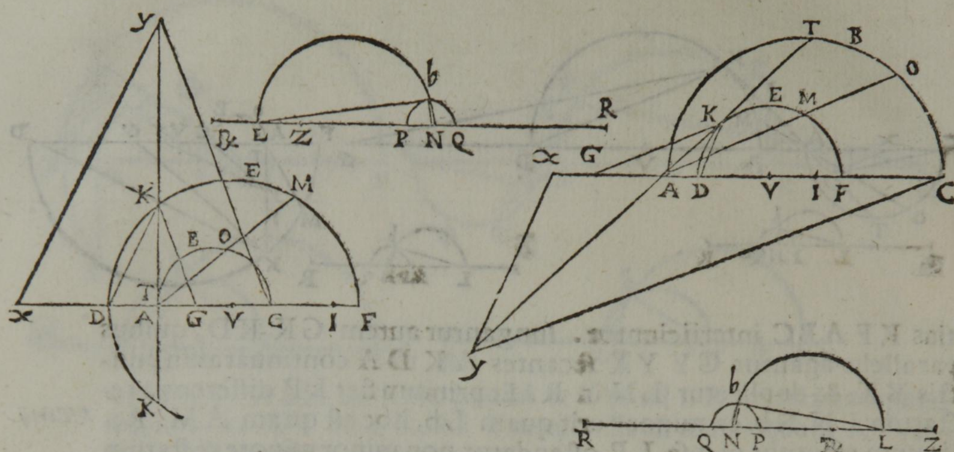


tias KF ABC interijciuntur. Iungantur autem GK KD, quibus parallelæ agantur CY YX secantes AK DA continuatas in punctis YX, & duplicetur LN in R. Et primum fiat LP differentia rectarum LN Nb, ea minor * erit quam Lb, hoc est quam AM. Reliquum est igitur vt ipsa LP ostendatur non minor minore rectarum AF AK. Id autem sic demonstrabimus. *8.Tertij.*

Sit primum AF minor quam AK. Quoniam igitur vt AG ad AC ita est LZ ad ZN ex constructione & ita * FC ad CX, erit FC ad CX vt LZ ad ZN, & existente N inter LZ, erit per conuersionem rationis, existente vero Z inter LN, erit conuertendo & componendo ac rursus conuertendo, vt FC ad FX ita LZ ad LN, & ita quoque Z℞ ad L℞, dupla videlicet ad duplam, sed FC maior est quam Z℞, vel ei æqualis, ponitur enim Z℞ neutra rectarum KT FC maior, ergo & FX quam LR maior erit, vel ipsi LR æqualis. *Le.5.et 6*

Et quoniam rectangulum FAX æquale * est quadrato AI, proportionales erunt FA AI AX, sed FA minor est quam AI, ponitur enim AI maior minore rectarum FA AK, hoc est maior quam AF, ergo & AI minor erit quam AX, vnde FA multo minor. *Le.5.et 6*

Et quoniam LN NR, sunt æquales ex constructione. (Nam LR facta est dupla ipsius LN) & æquales quoque ex constructione NQ NP, erunt per additionem æqualium æqualibus & LQ RP æquales, & ideo rectangulum PLQ æquale rectangulo LPR, sed & quadrato Lb * æquale est, recta enim Lb tangit circulum PbQ in b, quoniam rectus est angulus LbN in semicirculo, ergo & rectangulum LPR æquale erit quadrato Lb, hoc est quadrato AI, sed eidem quadrato AI * æquatur & rectangulum FAX, ergo æqualia erunt rectangula FAX LPR, ac proinde * proportionales FA LP PR AX, sed FX composita ex extremis ostensa est vel maior quàm LR cōposita ex medijs, vel ei æqualis, ergo si sit maior, erit altera extremarum FA AX * minima, sed ostensa est FA minor quàm AX, Ergo ipsa AF minima erit, vnde LP quàm AF maior, hoc est maior minore rectarū AF AK. Si vero FX sit æqualis LR, minor extremarum, nempè AF, minori mediarum hoc est ipsi LP * æqualis erit. *36.Tertij* *Le.5 et 6* *16.Sexti.* *Lem. 9.* *Lem.11.*



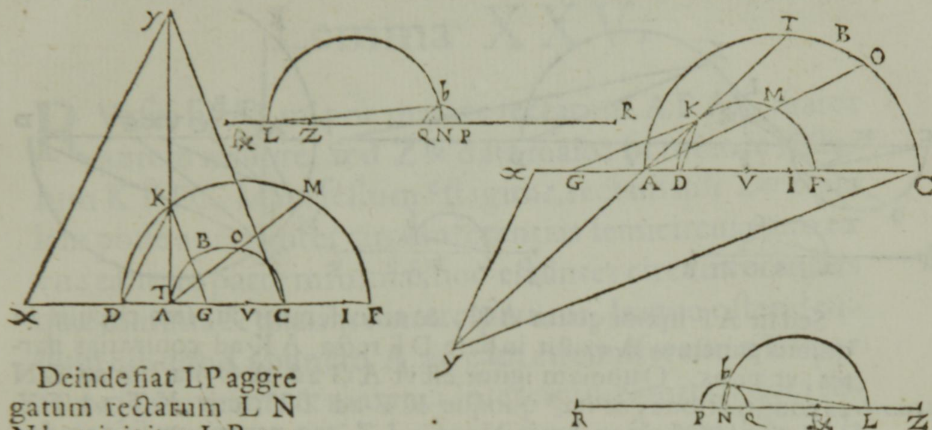
Sed sit A F maior quàm A K, & in semicirculis in quibus punctū A existit in base semicirculi DF, transponatur A K in contrarias partes, vt factum est in præcedentibus. Quoniam igitur vt A G ad
Le.5.et 6 A C ita est L Z ad Z N ex constructione, & ita * K T ad T Y, erit K T ad T Y, vt L Z ad Z N, & conuertendo vt T Y ad K T, ità Z N ad L Z, & existente L inter N Z erit diuidendo existente vero Z inter L N, erit componendo vt Y K ad K T ita L N ad L Z, & ità L R ad Z ℞, dupla videlicet ad duplam, & rursus conuertendo vt K T ad Y K ita erit Z ℞ ad L R, sed K T vel est maior quàm Z ℞, vel ei æqualis, ponitur enim Z ℞ neutra rectarum K T F C maior, ergo & Y K vel erit maior quàm L R, vel ipsi L R æqualis.

Le.5.et 6 Et quoniam rectangulum Y A K æquale * est quadrato A I, erit vt A K ad A I, ita A I ad A Y, sed A K minor est quàm A I, ponitur enim A I maior minore rectarum A F A K, hoc est maior quàm A K, ergo & A I minor erit quàm A Y, & per consequens A K multo minor.

Et quoniam rectangulum L P R æquale est quadrato L b vt demonstrauimus, hoc est quadrato A I, cui quidem quadrato æquale
Le.5.et 6 * est & rectangulum Y A K, æqualia erunt rectangula Y A K L P R, & ideò proportionales Y A L P P R A K, sed Y K cōposita ex extremis Y A A K vel est maior quàm L R composita ex medijs, vel ei æqualis, sic demonstrauimus, ergo si sit maior, erit altera extrema-
Lem.9. rum Y A A K minima, * altera maxima, sed A K non est maxima, est enim minor quàm A Y vt demonstrauimus, ergo minima erit, & per consequens L P maior quàm A K, id est maior minore rectarum A F A K. Si vero Y K composita ex extremis sit æqualis L R compositæ ex medijs, minor extremarum, hoc est A K, minori mediarum quæ est L P æqualis erit. Cum igitur L P differentia rectarum L N N b ostensa sit minor quàm A M, & maior vel æqualis minori re-

ctarum

ctarum A F A K, poterit à puncto A ad circumferentiam K F duci recta linea ipsi L P æqualis, poterit quidem duci ad eam circumferentiæ K F portionem, quæ minore rectarum AF AK, & ipsa A M intercipitur.



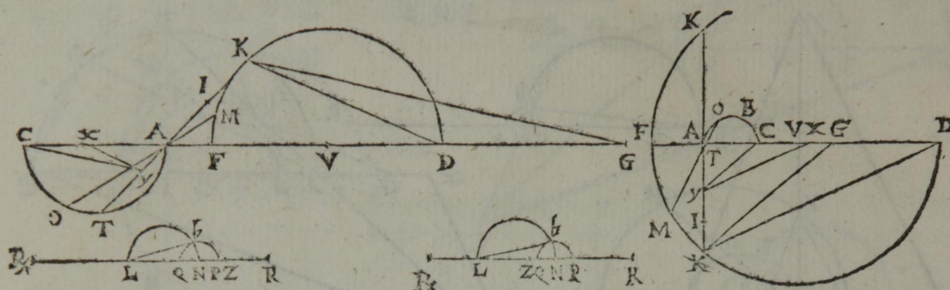
Deinde fiat LP aggregatum rectarum L N N b, erit igitur L P, maior quàm L b, hoc est quàm A M. Supereſt igitur vt ipsa L P oſtendatur minor maiore rectarum A F A K vel ipſi maiori æqualis. Id autem ſic fiet.

Sit primum A F maior quàm A K. Quoniam igitur vt A G ad A C ita eſt L Z ad Z N ex conſtructione, & ita*F C ad C X, erit *Le.5.et 6*
F C ad C X, vt L Z ad Z N, & conuertendo vt C X ad F C ita Z N ad L Z, & exiſtente puncto L inter N Z, erit diuidendo, exiſtente vero Z inter L N, erit componendo, vt F X ad F C ità L N ad L Z, & rurſus conuertendo vt F C ad F X ita erit L Z ad L N, hoc eſt ita Z ℞ ad L R, dupla videlicet ad duplam, ſed F C maior eſt quàm Z ℞ vel ei æqualis, ponitur enim Z ℞ neutra rectarũ K T F C maior, ergo & F X quàm L R maior erit, vel ipſi L R æqualis.

Et quoniam rectangulum F A X æquale * eſt quadrato A I, erit *Le.5.et 6*
vt F A ad A I ita A I ad A X, ſed F A maior eſt quàm A I, ponitur enim AI minor maiore rectarum A F A K, hoc eſt minor quàm A F, ergo & A I maior erit quàm A X, & ideò F A multo maior.

Et quoniam æquales ſunt L N N R, & æquales quoque N Q N P, erunt & reliquæ LQ R P æquales, & ob id rectangulũ L P R æquale rectangulo P L Q, hoc eſt * quadrato L b, vel quadrato A I, *36.Tertij*
ſed & rectangulum F A X æquale eſt quadrato A I, ergo æqualia *Le.5.et 6*
erunt rectangula F A X L P R, ac proinde proportionales F A L P P R A X, ſed F X compoſita ex extremis maior eſt, vel ſaltem æqualis L R compoſitæ ex medijs, vt demonſtrauimus, ergo ſi ſit maior, erit altera extremarum F A A X * maxima, altera minima, ſed F A *Lem.9.*
non eſt minima, oſtenſa eſt enim maior quàm A X, ergo maxima

erit, & consequenter L P minor quàm A F, hoc est minor maiore rectarum A F A K, si vero F X sit æqualis L R, maior extremarum
Lem.11 nempè A F, maiori mediarum idest ipsi L P * æqualis erit.



Sed sit A F minor quam A K, & transferatur in semicirculis in quibus punctum A existit in base D F recta A K ad contrarias partes, vt prius. Quoniam igitur est vt A G ad A C ita L Z ad Z N
Lem.5.6. ex constructione, & ita * quoque K T ad T Y, erit K T ad T Y vt L Z ad Z N, & existente N inter L Z, erit per conuersionem rationis, existente vero Z inter L N, erit conuertendo & componendo ac rursus conuertendo, vt K T ad Y K ita L Z ad L N, vel ita Z ℞ ad L R dupla videlicet ad duplam, sed K T, vel est maior quam Z ℞, vel ei æqualis, ponitur enim Z ℞ non maior quam K T, ergo & Y K vel maior erit quam L R, vel ipsi L R æqualis.

Le.5.et 6 Et quoniam rectangulum Y A K æquale * est quadrato A I, proportionales erunt A K A I A Y, sed A K maior est quam A I, ponitur enim A I minor maiore rectarum A F A K, hoc est minor quam A K, ergo & A I maior erit quam A Y, & consequenter A K multo maior.

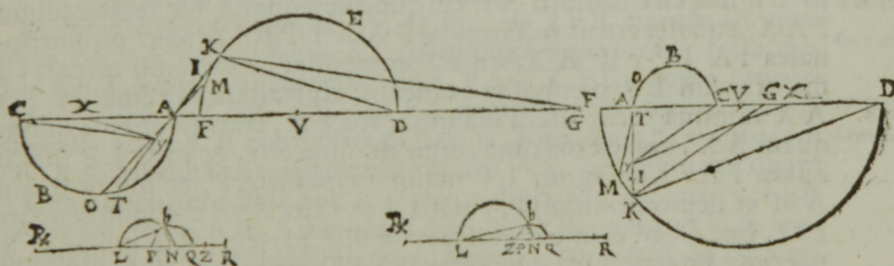
Et quoniam ostensum est rectangulum L P R æquale quadrato
Le.5.et 6 L b, hoc est quadrato A I, cui quoque æquatur * & rectangulum Y A K, æqualia erunt rectangula Y A K L P R, & ideo proportionales Y A L P P R A K, sed Y K composita ex extremis Y A A K maior est quàm L R composita ex medijs L P P R, vel ei æqualis, vt
Lem.9. demonstrauimus, ergo si sit maior, altera extremarum Y A A K * maxima erit, altera minima, sed A K non est minima, quia maior est quàm A Y, vt demonstrauimus, ergo maxima erit, & consequenter L P minor quàm A K, idest minor maiore rectarum A F A K. Si vero Y K composita ex extremis sit æqualis L R compositæ ex medijs, maior extremarum, nempè A K, maiori mediarũ, idest ipsi L P æqualis erit. Cum itaque L P ostensa sit maior quàm A M, minor autem vel æqualis maiori rectarum A F A K, poterit à puncto A ad circumferentiam K F duci recta ipsi L P aggregato rectarum L N N b æqualis, poterit quidem duci ad eam circumferentiæ K F partem,

quæ

quæ maiore rectarum A F A K & ipſa A M intercipitur. Conſtat igitur rectam ipſi L P, ſiue differentiæ, ſiue aggregato rectarum L N N b æqualem, poſſe à puncto A ad circumferentiam K F duci, quod erat demonſtrandum.

Lemma XXV.

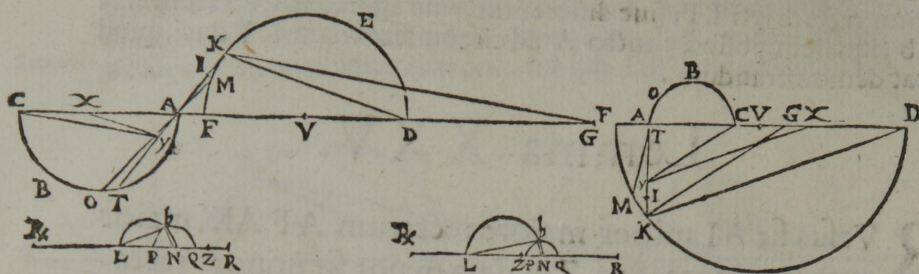
RVrſus ſit A I minor maiore rectarum A F AK, maior autem minore. Sed Z ℞ data maior ſit minore rectarum KT FC. Manifeſtum eſt igitur, rectam ipſi Z℞ æqualem poſſe aptari inter circumferentias ſemicirculorum ex vna tantam parte minimæ, hoc eſt inter circumferentias quæ minima & maxima intercipiuntur. Itaque oſtendendum eſt, quod à puncto A ad eam circumferentiæ KF partem, quæ minima & maxima intercipitur, poterit duci recta æqualis L P, differentiæ quidem rectarum LN Nb ſi altera ex rectis A F A K (ea ſcilicet quæ contermina eſt maximæ) minor fuerit quàm reliqua, aggregato vero ſi maior.



Sit primũ F C maior quàm KT, ergo recta ipſi Z℞ æqualis poterit aptari inter circũferentias MF O C tantum, inter circũferentias enim K M T O aptari nõ poteſt quia ponitur Z ℞ maior minore rectarum K T F C, hoc eſt maior ipſa K T quæ maxima * eſt omnium ductarum per A qua inter circumferentias K M T O interijciuntur. *Ex Cor. 1. Lem. 16. et ex co 1 Lem 20.*

Primum igitur ſit A F (ea ſcilicet quæ contermina eſt maximæ F C) minor quàm A K. Ergo ex iuſſu Lemmatis & præcepti quarti fiat LP differentia rectarum L N Nb, ea erit minor quàm L b, hoc eſt quàm A M, ſunt enim æquales L b A M ex conſtructione.

Iungan-



Iungantur autem G K K D, eisque parallelæ ducantur C Y Y X secantes A K D A continuatas in punctis Y X, & duplicetur L N in R. Quoniam igitur est vt A G ad A C ita L Z ad Z N ex con-
Le.5.et 6 structione, & ita F C * ad C X, erit F C ad C X, sicut L Z ad Z N, & existente puncto N inter L Z, erit per conuersionem rationis, existente vero Z inter L N, erit conuertendo & componendo & rursus conuertendo vt F C ad F X ita L Z ad L N, & ita Z ℞ ad L R, dupla videlicet ad duplam, sed F C cum sit maior quam K T, & ideo omnium maxima, maior est quam Z ℞, ponitur enim Z ℞ minor maxima, ergo & F X quam L R maior erit.

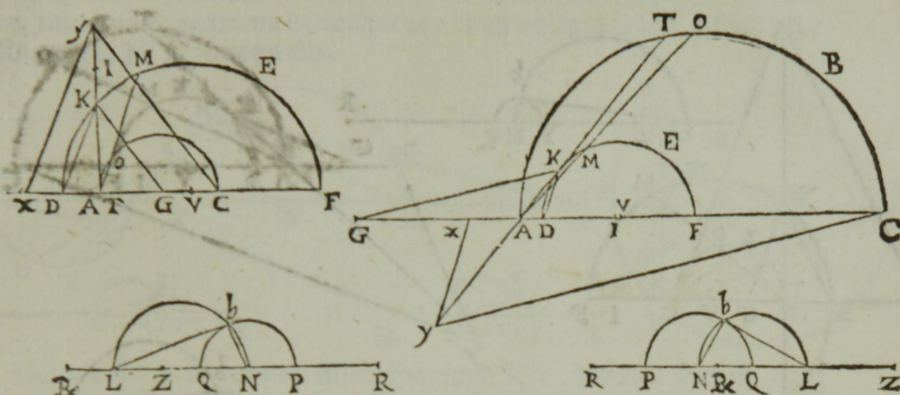
Le.5.et 6 Et quoniam rectangulum F A X æquale * est quadrato A I, proportionales erunt FA AI A X, sed F A minor est quam A I, ponitur enim A I maior minore rectarum A F A K, ergo & A I minor erit quam A X, vnde F A multo minor.

36.Tertij Et quoniam rectangulum P L Q hoc est L P R æquatur * quadra-
Le.5.et 6 to L b hoc est quadrato A I, cui quoque æquatur * & rectangulum F A X, æqualia erunt rectangula F A X L P R, & ideo proportionales FA LP P R A X, sed F X composita ex extremis ostensa est maior quam L R composita ex medijs, ergo altera extremarum F A
Lem.5. A X minima * erit, altera maxima, sed F A, cum sit ostensa minor quam A X, non est maxima, ergo minima erit, & ideo L P maior quam F A. Cum igitur L P maior sit quam A F, & minor quam A M vt demonstrauimus, poterit à puncto A ad circumferentiam F M, hoc est ad eam circumferentiæ K F partem, quæ minima, & maxima intercipitur, duci recta ipsi L P differentiæ rectarum L N N b æqualis.

Deinde sit A F (contermina maximæ F C) maior quam A K. Ergo ex iussu Lemmatis fiat L P aggregatum rectarum LN Nb, erit
8.Tertij igitur L P maior * quam L b, hoc est, quam A M.

Et quoniam vt A G ad A C ita est L Z ad Z N ex constructione,
Le.5.et 6 & ita * quoque F C ad C X, erit F C ad C X vt L Z ad Z N, & conuertendo vt C X ad F C, ita Z N ad L Z & existente L inter N Z, erit diuidendo existente vero Z inter L N erit componendo

vt F X

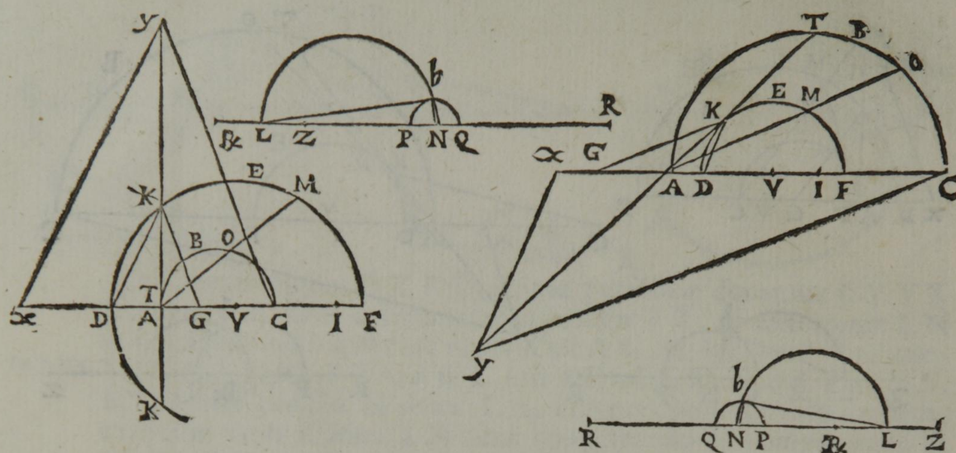


vt FX ad FC ita LN ad LZ, & rurſus conuertendo vt FC ad FX ita LZ ad LN, & ita Z℞ ad L R, dupla videlicet ad duplam, ſed FC, cum ſit maior quam KT & ob id omnium maxima, maior eſt quam Z℞, ponitur enim Z℞ minor maxima, ergo & FX maior erit quam LR.

Et quoniam rectangulum FAX æquale eſt quadrato AI, erit vt FA ad AI ita AI ad AX, ſed FA maior eſt quam AI, ponitur enim AI minor maiore rectarum AF AK, ergo & AI maior erit quam AX, atque adeo AF multo maior.

Et quoniam rectangulum PLQ hoc eſt LPR æquale eſt quadrato Lb, hoc eſt quadrato AI, cui quoque æquatur * & rectangulum FAX, æqualia erunt rectangula FAX LPR, quare proportionales * FA LP PR AX, ſed FX compoſita ex extremis oſtenſa eſt maior quam LR compoſita ex medijs, ergo altera * extremarum FA AX maxima erit, altera minima; ſed AF, cum ſit maior quàm AX vt demonſtràuimus, non eſt minima, ergo maxima erit, vnde LP minor erit quam FA. Cum igitur LP minor ſit quàm AF, & maior quàm AM vt demonſtrauimus, poterit à puncto A ad circumferentiam FM, hoc eſt ad partem circumferentiæ KF quæ minima & maxima intercipitur, duci recta ipſi LP aggregato rectarum LN Nb æqualis.

Le.5.et 6
16.Sexti.
Lem.9.



Sed ſit K T maior quàm F C, ergo recta ipſi Z ℞ æqualis poterit aptari inter circumferentias KM TO tantùm, Sit primum AK(contermina maximæ K T) minor quam A F. Ergo ex iuſſu Lemmatis fiat L P differentia rectarum L N N b, ea minor erit quàm L b, hoc eſt quàm A M.

Iam transferatur A K ad contrarias partes in ſemicirculis in quibus punctum A in baſe D F exiſtit. Quoniam igitur eſt vt A G ad

Le. 5. et 6 A C ita L Z ad Z N ex conſtructione, & ita*quoque K T ad T Y, erit K T ad T Y vt L Z ad Z N, & conuertendo, vt T Y ad K T ita Z N ad L Z, & exiſtente L inter N Z, erit diuidendo, exiſtente vero Z inter L N, erit componendo vt Y K ad K T ità L N ad L Z, & rurſus conuertendo vt K T ad Y K ita erit L Z ad L N, & ita quoque Z ℞ ad L R dupla videlicet ad duplam, ſed K T, cum ſit maior quàm F C & per conſequens omniũ maxima, maior eſt quàm Z ℞, ponitur enim Z ℞ minor maxima, ergo & Y K maior erit quàm L R.

Le. 5. et 6 Et quoniam rectangulum Y A K æquale * eſt quadrato A I, proportionales erunt A K A I Y A, ſed A K minor eſt quàm A I, ponitur enim A I maior minore rectarum A F A K, ergo & A I minor erit quàm A Y, vnde A K multo minor.

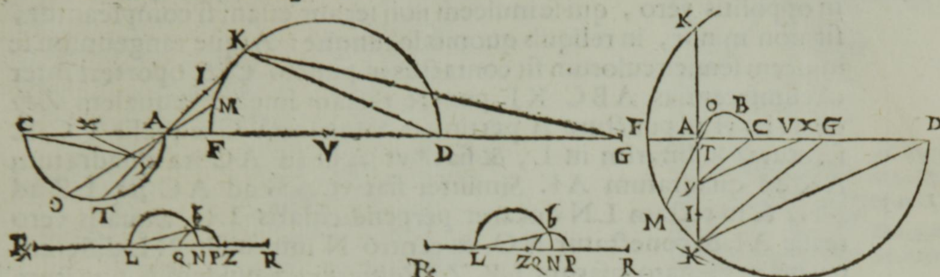
Et quoniam oſtenſum eſt rectangulum P L Q, hoc eſt rectangulum L P R, æquale quadrato L b, ſeu quadrato A I, cui quoque

Le. 5. et 6 æquale * eſt & rectangulũ Y A K, erunt æqualia rectangula Y A K L P R, & ideò proportionales Y A L P P R A K, ſed Y K compoſita ex extremis oſtenſa eſt maior quàm L R compoſita ex medijs, er-

Lem. 7. go altera extremarum Y A A K erit minima, * altera maxima, ſed A K non eſt maxima, quia oſtenſa eſt minor quàm A Y, ergo erit minima, & ideò L P maior quàm A K. Cum itaque L P maior ſit quàm A K, & minor quàm A M vt eſt oſtenſum, poterit à puncto

A ad

A ad circumferentiam K M, hoc eſt ad circumferentiæ K F partem quæ minima & maxima intercipitur, duci recta ipſi LP differentiæ rectarum L N N b æqualis.



Deinde ſit A K (contermina maximæ K T,) maior quam A F. Ergo fiat L P aggregatum rectarum L N N b. Conſtat igitur rectam L P maiorem eſſe quam L b hoc eſt quam A M.

Et quoniam eſt vt A G ad A C ita L Z ad Z N, & ita K T ad T Y, erit vt K T ad T Y ita L Z ad Z N, & exiſtente N inter L Z, erit per conuerſionem rationis, exiſtente vero Z inter L N, erit conuertendo & componendo & rurſus conuertendo vt K T ad Y K ita L Z ad L N, hoc eſt ita Z ℞ ad L R, dupla videlicet ad duplam, ſed K T oſtenſa eſt maior quam Z ℞, ergo & Y K quam L R maior erit.

Et quoniam rectangulum Y A K æquale * eſt quadrato A I proportionales erunt A K A I A Y, ſed A K maior eſt quam A I, ponitur enim A I minor maiore rectarum A F A K, ergo & A I maior erit quam A Y, & conſequenter A K multo maior. *Le. 5. et 6*

Poſtremo quoniam rectangulum P L Q hoc eſt L P R æquale eſt quadrato L b, ſeu quadrato A I, cui quoque æquatur * & rectangulum Y A K, æqualia erunt rectangula Y A K L P R, & ideo proportionales Y A L P P R A K, ſed Y K compoſita ex extremis oſtenſa eſt maior quam L R compoſita ex medijs, ergo altera extremarum Y A A K * erit maxima, altera minima, ſed A K, cum ſit oſtenſa maior quam A Y, non eſt minima, ergo maxima erit, vnde L P minor quam A K. Cum itaque L P minor ſit quàm A K, & maior quàm A M vt demonſtrauimus, poterit à puncto A ad circumferentiam K M, hoc eſt ad circumferentiæ K F partem, quæ minima & maxima intercipitur, duci recta ipſi LP aggregato rectarum L N N b æqualis, quod erat oſtendendum. *Le. 5. et 6* *Lem. 9.*

Sequitur ſecunda pars conſtructionis Problematis.

K Deinde,

Deinde, Vel ex eadem parte existant dati duo semicirculi ABC DEF. Vel punctum A sit in base semicirculi DF, & sit in semicirculis quorum alter in altero includitur, FC non maior quam AD, in oppositis vero, qui se inuicem non secant etiam si compleantur, sit non minor, in reliquis quomodocunque. Atque tangentium se inuicem semicirculorum sit contactus in puncto C, & oporteat inter circumferentias ABC KF ponere rectam lineam æqualem Z℞ datæ, ita vt ad punctum A pertingat. Sumatur VG æqualis VC, & secetur Z℞ bifariam in L, & fiat * vt AG ad AC ita quadratum AK ad quadratum AI. Similiter fiat vt AG ad AC ita LZ ad ZN, & in rectam LN ducatur perpendicularis LO, æqualis vero rectæ AI, & conectatur NO, & centro N interuallo NL differentia, vel aggregato ipsarum LZ ZN (differentia quidem si punctum A sit in base semicirculi DF, aggregato vero si extra) circulus describatur secans ON continuatam in punctis PQ, & à puncto A ad circumferentiam KF ducatur AE æqualis ipsi OP differentiæ, vel aggregato ipsarum ON NL. Quo autem casu OP fiat differentia, quoue aggregatum, infra dicemus, deinde sequentibus Lemmatibus demonstrabimus eam rectam posse duci. Producta denique vbi opus exigit recta AE vsque ad circumferentiam ABC in B, recta EB problema efficiet.

Lem 3.

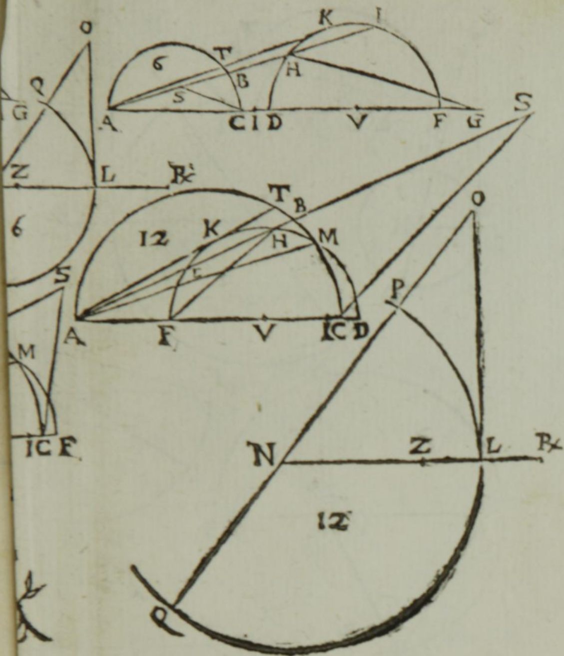
Secet enim BA etiam producta semicirculum DEF, aut circulum completum in H, & conectatur GH, cui parallela agatur CS secans EH, vel ei continuatæ occurrens in S. Quoniam igitur rectus est angulus OLN, recta LO tanget circulum PLQ in L, vnde rectangulum POQ æquale erit quadrato LO, hoc est quadrato AI, sed & rectangulum EAS æquale * est quadrato AI, ergo æqualia erunt rectangula POQ EAS, sed æquales sunt PO EA ex constructione, ergo & OQ AS æquales erunt; quare per additionem vel subductionem æqualium æqualibus, erunt æquales & PQ ES.

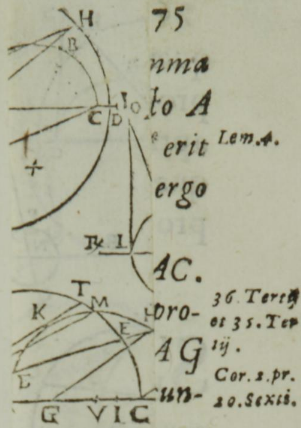
Le. 5. et 6

Et quoniam est vt AG ad AC ita LZ ad ZN ex constructione, & ita * quoque EB ad BS, erit EB ad BS vt LZ ad ZN, & existente puncto B inter puncta SE, erit conuertendo & componendo, existente vero E inter SB, erit conuertendo & diuidendo, existente denique S inter EB, erit per conuersionem rationis, & conuertendo vt SE ad EB ita LN ad LZ, hoc est ita PQ ad Z℞, est enim eadem ratio dupli ad duplum, quæ simpli ad simplum, sed SE ostensa est æqualis ipsi PQ, ergo & EB ipsi Z℞ æqualis erit. Posita est igitur inter circumferentias semicirculorum recta EB æqualis Z℞ datæ, eaque ad punctum A pertingit, quod facere oportebat.

Le. 5. et 6

In semicirculis qui se inuicem tangunt, aut secant etiam completi





75

nma

to A

erit Lem. 4.

ergo

AC.

pro- 36. Tertij et 35. Tertij.

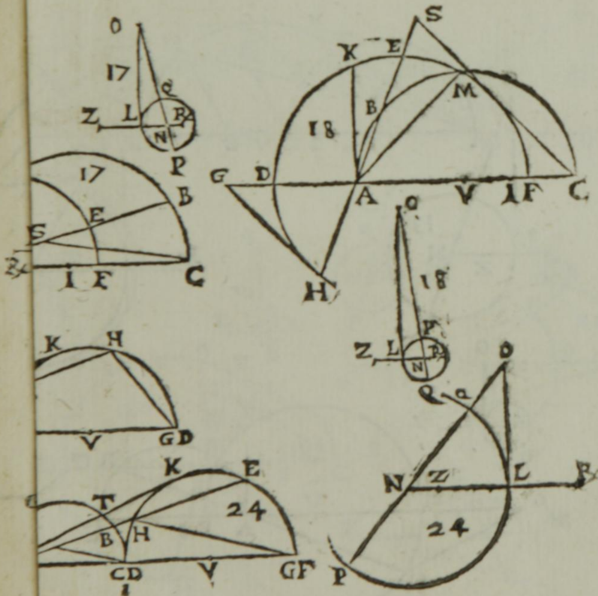
AG

cun- Cor. 2. pr. 20. Sexti.

IL,

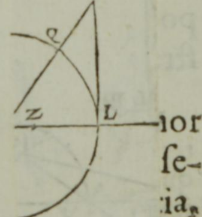


OP





fiat

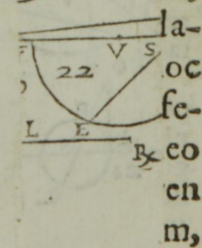


nor

se-

ia,

la-



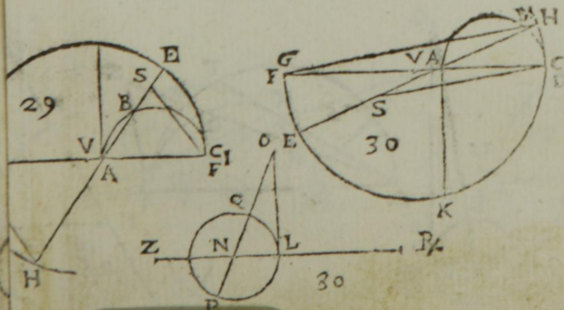
oc

fe-

eo

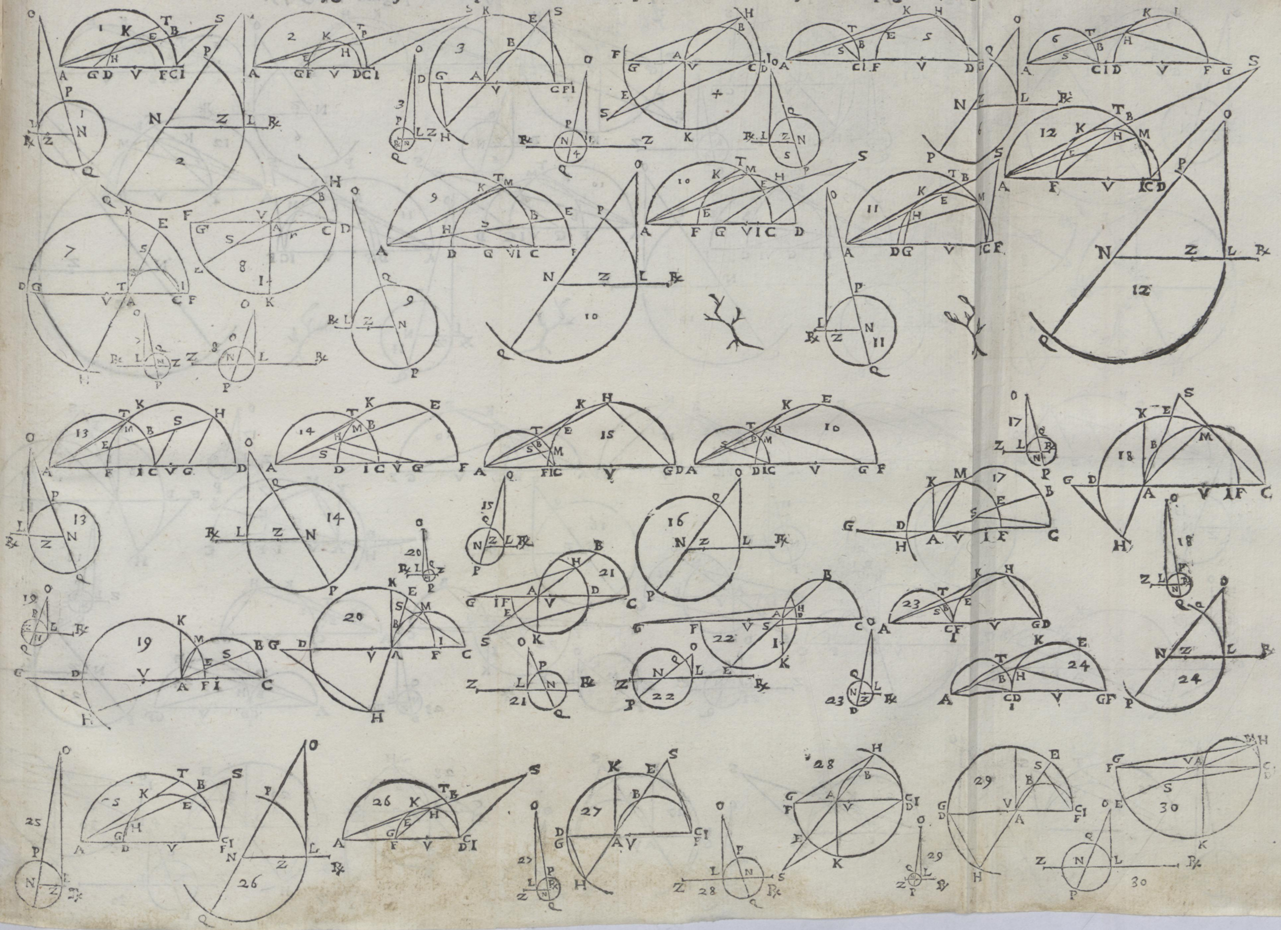
en

m,

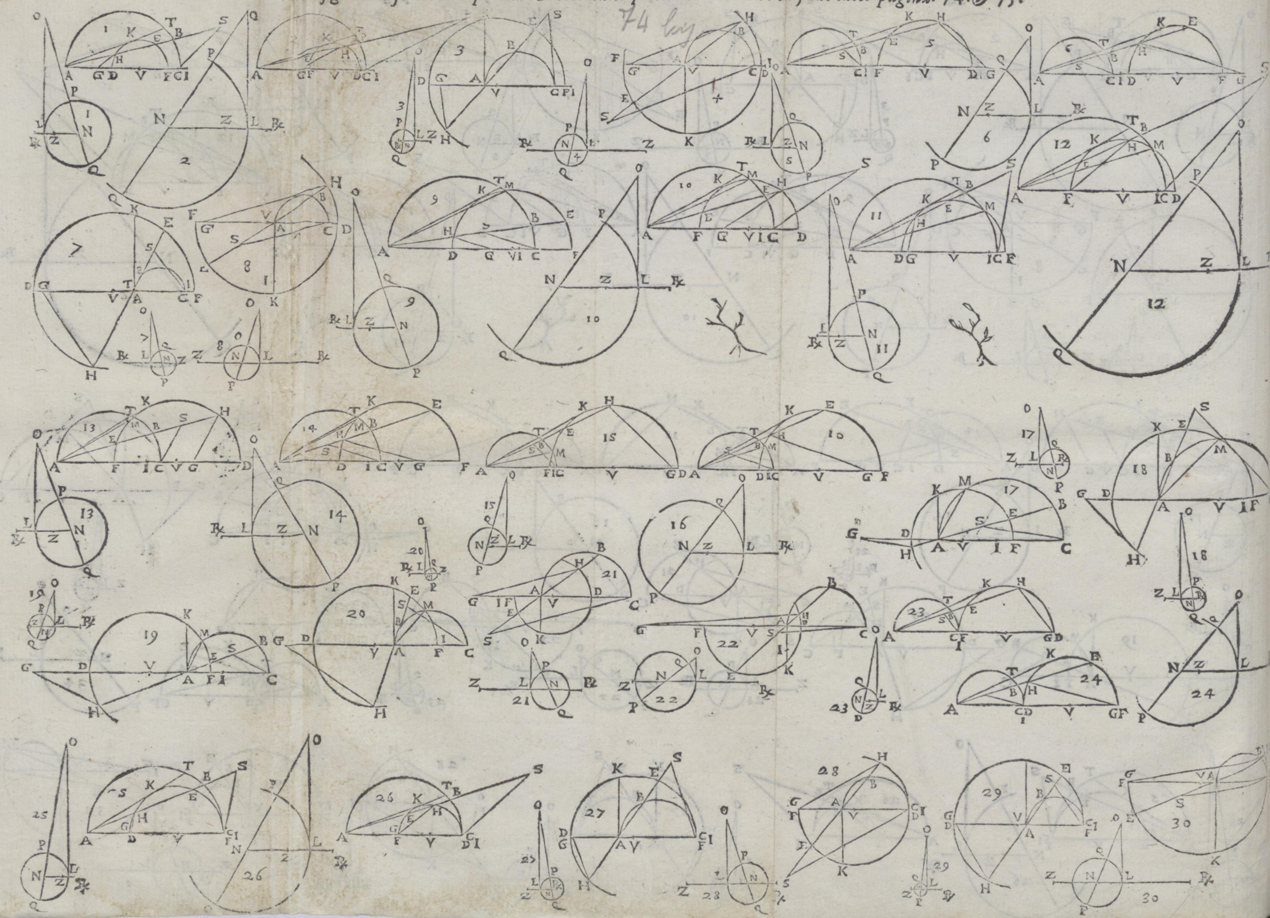




Hæ figuræ ad secundam partem Problematis pertinentes collocandæ sunt inter paginas 74. & 75.

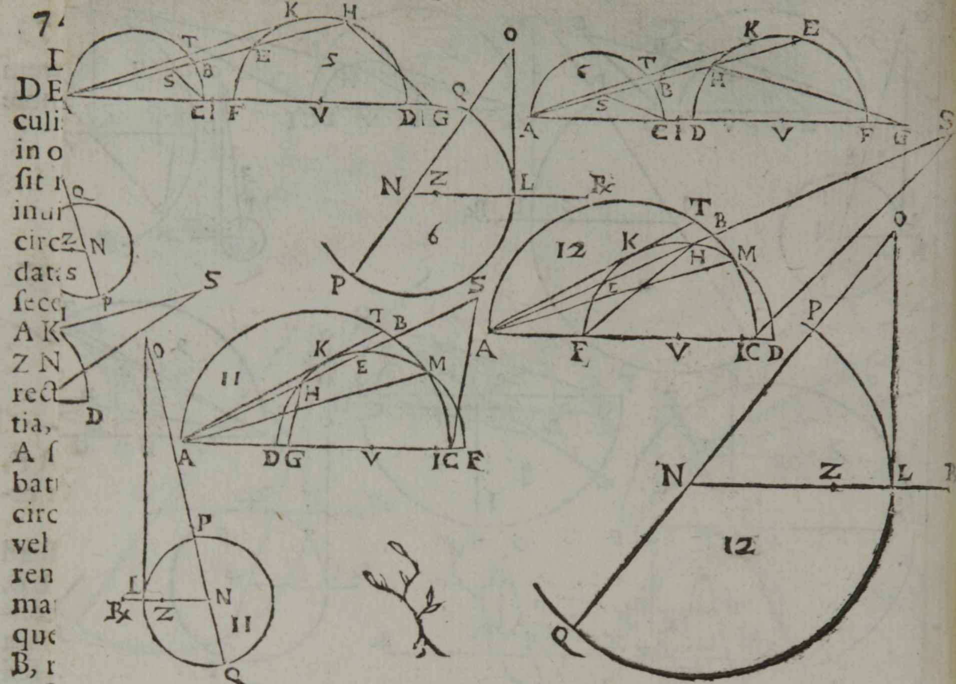


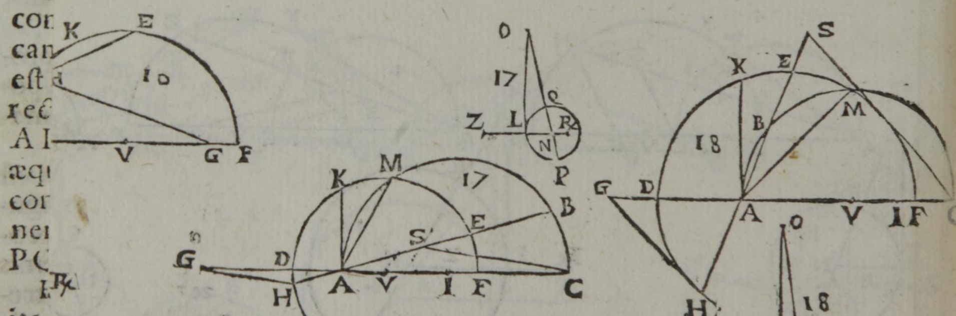
Hæ figuræ ad secundam partem Problematis pertinentes collocandæ sunt inter paginas 74. & 75.

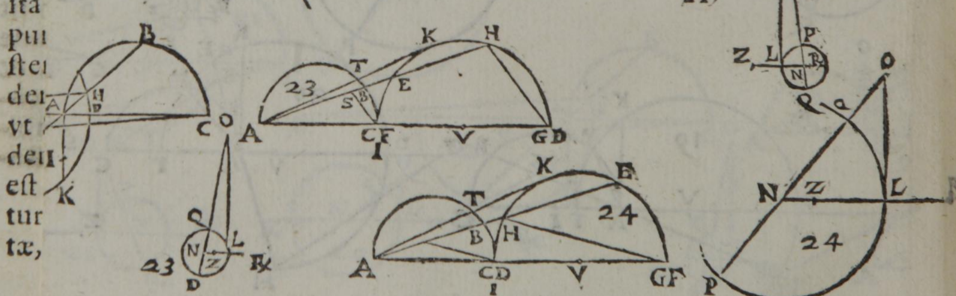


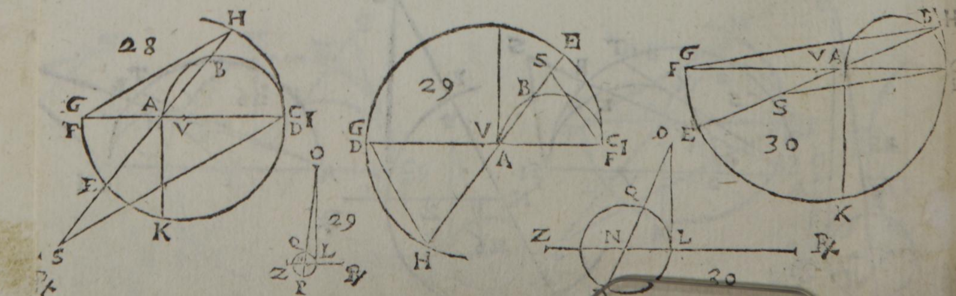
e sunt inter paginas 74. & 75.

.74
D
DE
culi
in o
sit r
inur
circ
datis
secq
Lem 3. A K
Z N
rect
tia,
A f
bat
circ
vel
ren
ma
que
B, r
S
cor
can
est
rec
A I
Le.3.et 6 æq
cor
nei
PC
ita
Le.3.et 6 pu
ste
de
vt
de
est
tur
tæ,









pleti facilius inuenitur quadratum AI, vt etiam post Lemma quintum & sextum ostendimus. Nam in secantibus, à puncto A ad punctum sectionis, quod sit M, ducta recta linea AM, erit vt AG ad AC ita quadratum AK ad quadratum AM, ergo quadratum AM quadrato AI æquale erit.* *Lem. 4.*

*In tangentibus vero quadratum AI æquale est quadrato AC. Nam cum rectangulum GAC * æquale sit quadrato AK, proportionales sunt tres rectæ lineæ AG AK AC. Vt igitur AG ad AC, prima videlicet ad tertiam, ita * erit quadratum secundæ AK ad quadratum AC tertiæ.* *36. Tertij et 35. Tertij.* *Cor. 2. pr. 20. Sexti.*

Quo autem casu OP fiat differentia rectarum ON NL, quove aggregatum, ratio his constat præceptis.

PRAECEPTVM I.

SI AI non sit minor maiore rectarum AF AK, fiat OP differentia rectarum ON NL.

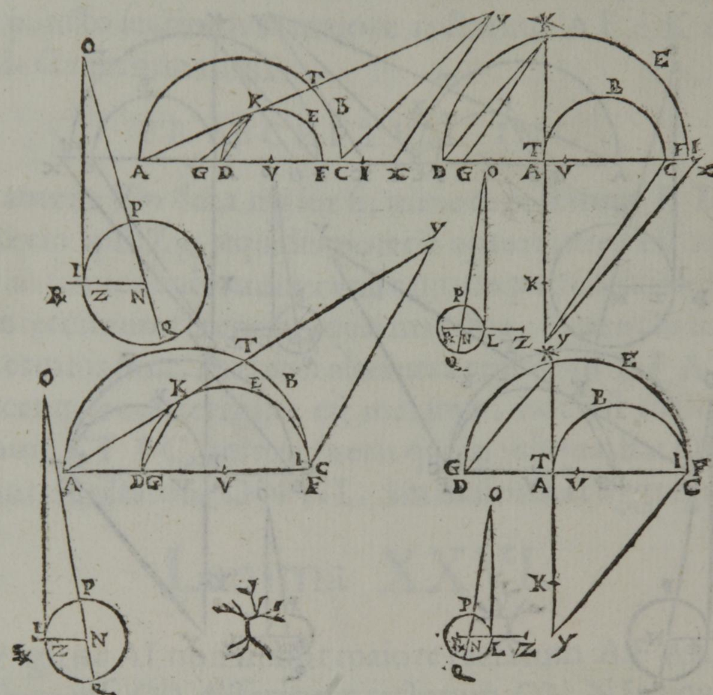
PRAECEPTVM II.

SI vero AI non sit maior minore rectarum AF AK, fiat OP aggregatum ipsarum ON NL.

PRAECEPTVM III.

SEd si AI maior sit minore rectarum AF AK, minor autem maiore, quod quidem accidit in quibusdam semicirculis se inuicem secantibus, fiat OP siue differentia, siue aggregatum rectarum ON NL, dummodo Z℞ data non sit maior minore rectarum KT FC. Atque hoc casu recta ipsi Z℞ æqualis, poterit aptari inter circumferentias semicirculorum ex vtraque parte sectionis, & ideo duobus modis Problema absolui. Nam si OP fiat differentia, aptabitur ea recta inter circũferentias semicirculorum,

Ponantur hæ figuræ inter paginas 76. & 77. pertinent enim ad primam partem Lemmatis XXVI.



conueniat. Quoniam igitur est vt A G ad A C ita LZ ad Z N ex constructione, & ita * K T ad TY, erit KT ad TY vt LZ ad ZN, & conuertendo vt TY ad KT ita ZN ad LZ, & existente puncto Z inter puncta L N, erit componendo, existente vero L inter ZN, erit diuidendo vt Y K ad K T ità L N ad LZ, id est ita P Q ad Z℞, dupla nempè ad duplam, & rursus conuertendo erit vt K T ad Y K ita Z ℞ ad P Q, sed K T ostensa est maior quam Z ℞, ergo & Y K maior erit quàm P Q. *Le.5.et 6*

Et quoniam L O tangit circulum P O Q in L, rectus est enim angulus O L N ex constructione, rectangulum Q O P, æquale * erit quadrato L O, hoc est quadrato A I, sed eidē quadrato A I æquatur * & rectangulum Y A K, ergo rectangula Y A K Q O P æqualia erunt, & ideò proportionales Y A Q O O P A K, sed Y K differentia extremarum ostensa est maior quàm P Q differentia mediarum, ergo altera extremarum Y A A K maxima erit, * altera minima, sed A K non est maxima, est enim minor quàm A Y vt demonstrauimus, ergo minima erit, vnde O P maior erit quàm A K. *36.Tertij* *Le.5.et 6* *Lem.10.*

Et quoniam est vt A G ad A C ita LZ ad Z N ex constructione, & ita * F C ad C X, erit L Z ad Z N vt F C ad C X, & conuertendo vt Z N ad LZ ita C X ad F C, & existente puncto Z inter puncta L N, erit componendo, existente vero L inter Z N, erit diuidendo, vt L N ad L Z ita F X ad F C, & rursus conuertendo erit vt L Z ad L N, hoc est vt Z ℞ ad P Q, dupla videlicet ad duplam, ità F C ad F X, sed Z ℞ ostensa est maior quàm F C, ergo & P Q quàm F X maior erit. *Le.5.et 6*

Et quoniam æqualia sunt rectangula P O Q F A X, (æqualibus enim quadratis L O A I sunt * æqualia,) proportionales erunt P O F A A X O Q, sed P Q differentia extremarum ostensa est maior quàm F X differentia mediarum, ergo altera extremarum P O O Q hoc est ipsa P O minima * erit, & per consequens minor quàm F A. Cum igitur O P minor sit quàm A F, & maior quàm A K vt demonstrauimus poterit à puncto A ad circumferentiam K F duci recta ipsi O P differentiæ rectarum O N N L æqualis. *36.Tertij* *Le.5.et 6* *Lem.10.*

In semicirculis se inuicem tangentibus satis est ostendere rectam O P maiorem esse quàm A K, reliquum enim, hoc est ipsam O P minorem esse quàm A F manifestum est. Nam cum sint æquales A C A I, vt infra secundam partem constructionis problematis demonstrauimus, & O P minor * quàm L O, ea quoque minor erit quàm A C, hoc est quàm A F, sunt enim in huiusmodi semicirculis A F A C vna eademque Linea. *8.Tertij*

Sed

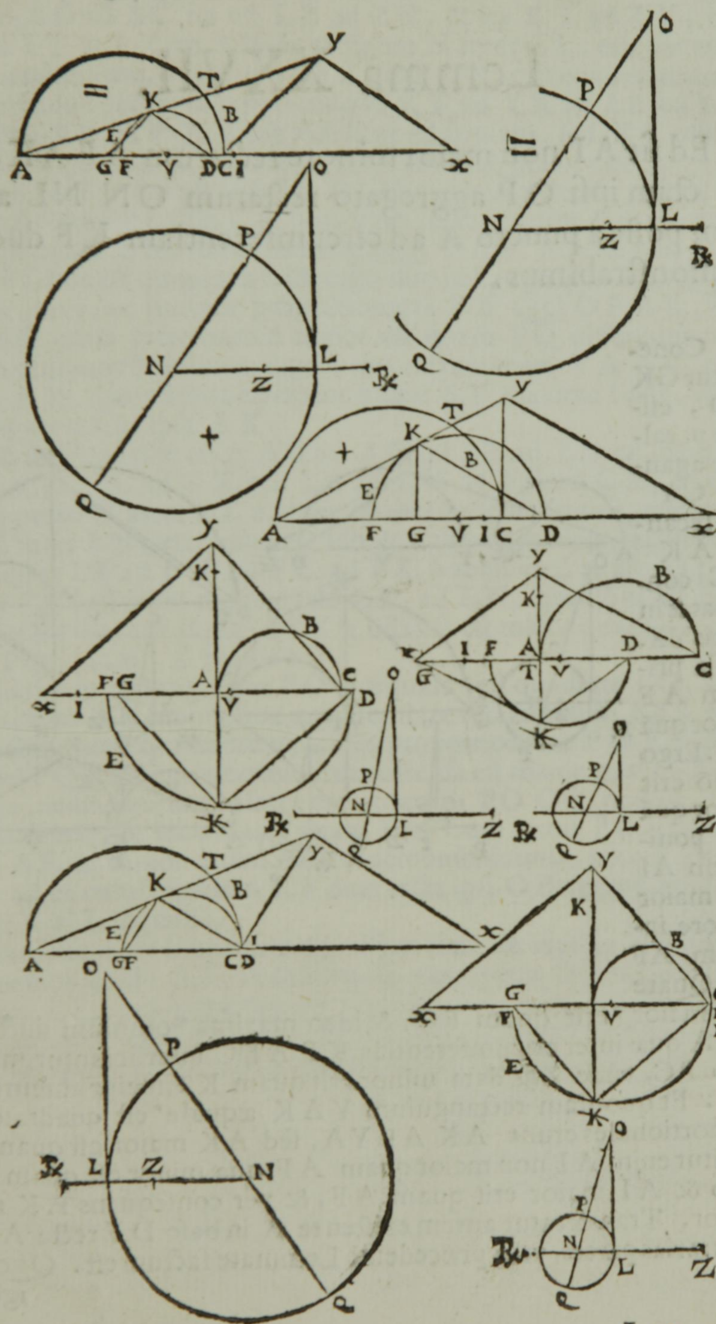
Sed sit A K maior quàm A F. Ergo ponitur A I non minor quàm
Le.14.18. A K, vnde F C maior * erit quàm K T, ac proinde maxima * om-
Le.15.19 nium quæ ad A pertingentes inter circumferentias K F A B C in-
Le.15.19. terijciuntur, minima * vero K T. Itaque Z ℞ minor est quàm F C,
Le.5.et 6 & maior quàm K T. Et quoniam rectangulum F A X æquale * est
quadrato A I, proportionales erunt F A A I A X, sed F A minor
est quàm A I, ponitur enim A I non minor quàm A K, quæ ma-
ior est quàm A F, ex positione, ergo & A I minor erit quàm A X,
vnde A F multo minor.

Et quoniam est vt A G ad A C ita L Z ad Z N ex constructione,
Le.5.et 6 & ita quoque, F C * ad C X, erit F C ad C X vt L Z ad Z N, & con-
uertendo vt C X ad F C ita Z N ad L Z, & existente puncto Z in-
ter L N, erit componendo, existente vero L inter Z N, erit diui-
dendo vt F X ad F C ita L N ad L Z, & per consequens ità P Q
ad Z ℞, dupla videlicet ad duplam, & rursus conuertendo erit vt F C
ad F X ita Z ℞ ad P Q, sed F C maior est quàm Z ℞ vt demon-
strauimus, ergo & F X quàm P Q maior erit.

Le.5.et 6 Et quoniam rectangulum F A X æquale * est quadrato A I, hoc
36.Tertij est quadrato L O, cui quoque æquale * est & rectangulum P O Q,
æqualia erunt rectangula F A X P O Q, & ideò proportionales F A
P O O Q A X, sed F X differentia extremarum ostensa est maior
Lem.10. quàm P Q differentia mediarum, ergo altera extremarum * F A A X
maxima erit, altera minima, sed A F cum sit minor quàm A X vt
demonstrauimus, non est maxima, ergo minimà erit, & consequen-
ter P O maior quàm F A.

Iam transponatur, existente puncto A in base D F, recta A K in
contrarias partes, vt reliquum demonstrationis omnibus figuris con-
ueniat. Quoniam igitur est vt A G ad A C ita L Z ad Z N, & ita
K T ad T Y, erit L Z ad Z N vt K T ad T Y, & conuertendo vt
Z N ad L Z ita T Y ad K T, & existente puncto Z inter L N, erit
componendo, existente vero L inter Z N, erit diuidendo vt L N ad
L Z, hoc est vt P Q ad Z ℞ (est enim vtrobique eadem ratio, cum
sint hæ illarum duplæ) ita Y K ad K T, & conuertendo vt Z ℞ ad
P Q ita erit K T ad Y K, sed Z ℞ ostensa est maior quam K T, er-
go & P Q maior erit quam Y K.

39.Tertij Et quoniam rectangulum P O Q æquale * est quadrato L O, seu
Le.5.et 6 quadrato A I, cui quoque æquale * est rectangulum Y A K, æqua-
lia erunt rectangula P O Q Y A K, quare proportionales P O Y A
A K O Q, sed P Q differentia extremarum ostensa est maior quam
Y K differerentia mediarum, ergo altera extremarum P O O Q, hoc
est ipsa P O, erit minima, & ideo minor quam A K. Cum itaque
P O minor sit quam A K, & maior quam A F vt demonstrauimus,
poterit à puncto A ad circumferentiam K F duci recta ipsi P O dif-
ferentiæ rectarum O N N L æqualis, quod erat ostendendum.

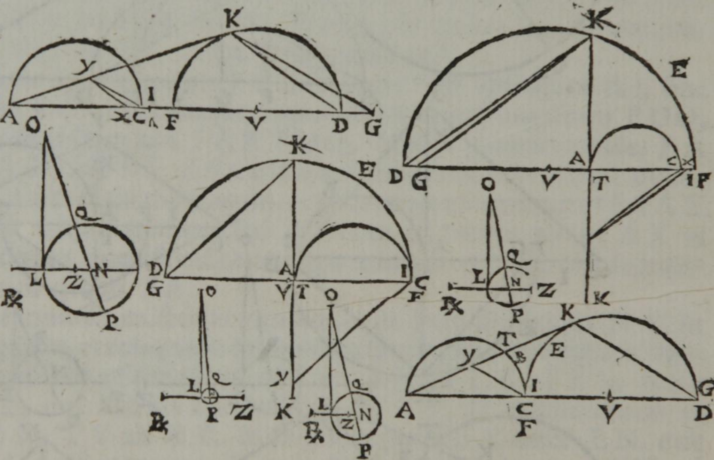


Y T K B E A G F V D C I X
O P N L Z Rx Q
Y T K B E A F G V I C D X
Y K B F G A C I V D E K
Y K B I F A D G T V C K
O P N L Z Rx Q
Y T K B E A O G F C D I X
Y K B G F V C D I E K
O P N L Z Rx Q

Lem-

Lemma XXVII.

SEd ſit A I non maior minore rectarum A F A K. Rectam ipſi O P aggregato rectarum O N N L æqualem, poſſe à puncto A ad circumferentiam K F duci, ſic demonſtrabimus.



Conectãtur G K K D, eiſque parallelæ agantur C Y Y X ſecantes A K A C continuatas in pũctis Y X. Et ſit primum A F minor quã A K. Ergo A I nõ erit maior quã A F ponitur enim A I non maior minore ipſarum A F A K. Quare

Le. 13. 17 K T maior * erit qnam F C, & ideo maxima * omnium ductarum
Le. 15. 19 per A quæ inter circumferentiàs K F A B C interijciuntur, minima vero F C, vnde Z ℞ data minor erit quam K T, maior autem quam
Le. 5. et 6 F C. Et quoniam rectangulum Y A K æquale * eſt quadrato A I, proportionales erunt A K A I Y A, ſed A K maior eſt quam A I, ponitur enim A I non maior quam A F, quæ minor eſt quam A K, ergo & A I maior erit quam A F, & per conſequens A K multo maior. Transferatur autem exiſtente A in baſe D F recta A K ad contrarias partes, vt in præcedenti Lemmate factum eſt. Quoniam igitur

igitur vt AG ad AC ita eſt LZ ad ZN, & ita KT ad TY, erit KT ad TY vt LZ ad ZN, & exiſtente N inter ZL, erit per conuerſionem rationis, exiſtente vero Z inter LN, erit conuertendo & componendo ac rurſus conuertendo vt KT ad YK ita LZ ad LN hoc eſt ita Z℞ ad PQ, dupla videlicet ad duplam, ſed KT oſtenſa eſt maior quam Z℞, ergo & YK quam PQ maior erit.

Et quoniam rectus eſt angulus OLN ex conſtructione, recta LO tanget circulum PLQ in L, & propterea rectangulum QOP æquale erit quadrato LO, ſed & rectangulum YAK æquale * eſt quadrato AI, hoc eſt quadrato LO, ergo duo rectangula YAK QOP æqualia erunt, ac proinde proportionales YA QO OP AK, ſed YK differentia extremarum maior eſt quam PQ differentia mediarum vt demonſtrauimus, ergo altera extremarum YA AK, hoc eſt ipſa AK, quæ oſtenſa eſt maior quam AY maxima * erit, vnde OP minor quam ipſa AK.

Le. 5. et 6

Lem. 10.

Similiter quoniam eſt vt AG ad AC ita LZ ad ZN ex conſtructione, & ita * FC ad CX, erit LZ ad ZN vt FC ad CX, & exiſtente puncto N inter ZL erit per conuerſionem rationis, exiſtente vero Z inter LN, erit conuertendo & componendo & rurſus conuertendo vt LZ ad LN ita FC ad FX, hoc eſt vt Z℞ ad PQ ita FC ad FX (eſt enim eadem ratio LZ ad LN, quæ Z℞ ad PQ, cum ſint hæ illarum duplæ) ſed Z℞ oſtenſa eſt maior quam FC, ergo & PQ quam FX maior erit.

Le 5 et 6

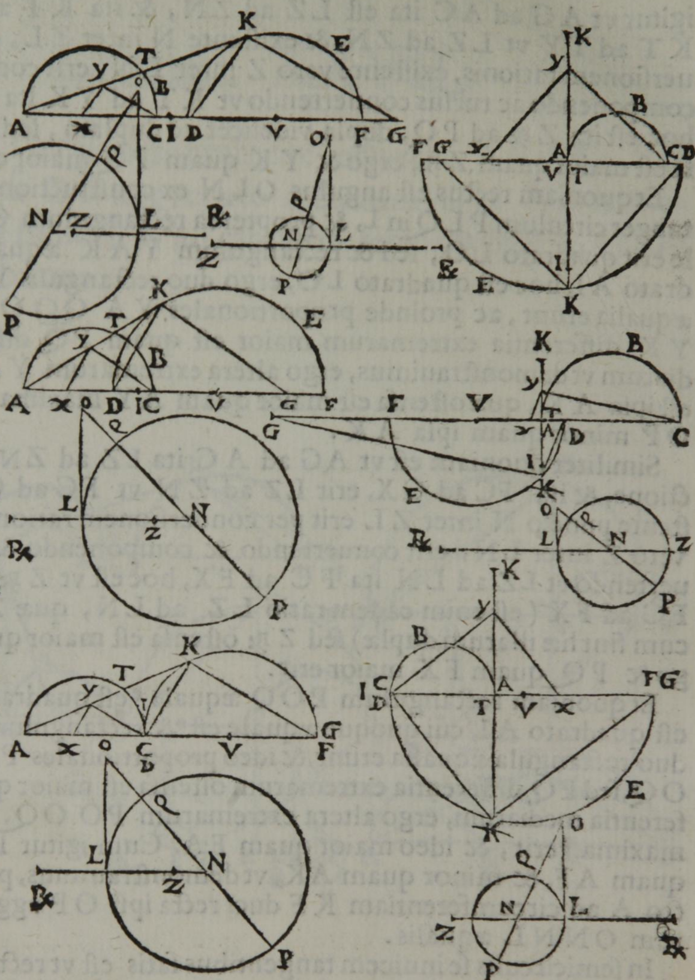
Et quoniam rectangulum POQ æquale * eſt quadrato LO, hoc eſt quadrato AI, cui quoque æquale eſt * & rectangulum FAX, ipſa duo rectangula æqualia erunt, & ideo proportionales PO FA AX OQ, ſed PQ differentia extremarum oſtenſa eſt maior quam FX differentia mediarum, ergo altera extremarum PO OQ, nempe PO, maxima * erit, & ideo maior quam FA. Cum igitur PO maior ſit quam AF, & minor quam AK, vt demonſtrauimus, poterit à puncto A ad circumferentiam KF duci recta ipſi OP aggregato rectarum ON NL æqualis.

36. Tertij

Le. 5. et 6

Lem. 10.

In ſemicirculis ſe inuicem tangentibus ſatis eſt vt recta OP oſtendatur minor quam AK, vt factum eſt, nam ipſam OP maiorem eſſe quam AF patet, quoniam æquales ſunt AC LO, vt infra ſecundam partem conſtructionis problematis demonſtratum eſt, & OP maior eſt quam LO, ergo & maior quam AÇ hoc eſt quam AF.



Deinde sit AK minor quàm AF. Ergo ponitur AI non maior quàm AK, vnde
Le.14.18 FC maior * erit quàm KT, ac proinde
Le.15.19 maxima * omniũ quæ inter circumferẽtias KF ABC interijciuntur, ipsa vero KT minima. Itaque Z ℞ data minor erit quã FC, & maior quã KT. Et quoniam rectãgulum FAX æqua-
Le.5.et 6 le * est quadrato AI, proportionales erunt FA AI AX, sed FA maior est quã AI, ponitur enim AI non maior quàm AK, quæ minor est quàm AF ex positione, ergo & AI maior erit quàm AX, & consequenter AF multo maior.

Et quoniam est vt AG ad AC ita LZ ad ZN ex constructione,
Le.5.et 6 & ita FC* ad CX, erit FC ad CX vt LZ ad ZN, & existente puncto N inter ZL, erit per conuersionem rationis, existente vero Z inter LN, erit conuertendo, & componendo & rursus conuertendo vt FC ad FX ita ZL ad LN, hoc est ita Z ℞ ad PQ, dupla videlicet ad duplam, sed FC ostensa est maior quàm Z ℞, ergo & FX maior erit quàm PQ.

36.Tertij Et quoniam rectangulum POQ æquale * est quadrato LO, hoc est

est quadrato A I, cui quoque æquatur * & rectangulum F A X, *Le. 5. et 6.*
æqualia erunt rectangula F A X P O Q. & ideò proportionales F A
P O O Q A X, sed F X differentia extremarum ostensa est maior
quàm P Q differentia mediarum, ergo altera extremarum, ipsa videlicet F A, quæ ostensa est maior quàm A X, maxima * erit vnde *Lem. 10.*
O P minor quàm A F.

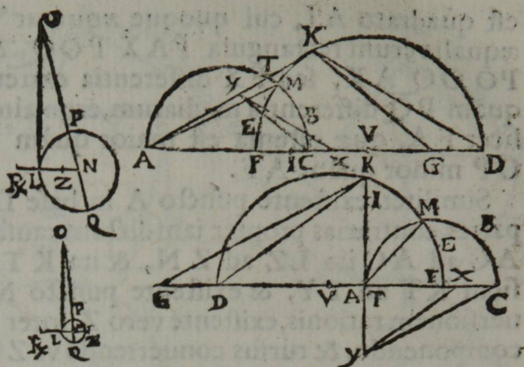
Similiter existente puncto A in base D F, transponatur A K in partes contrarias propter iam dictam causam. Quoniam igitur est vt A G ad A C ita L Z ad Z N, & ita K T ad T Y, erit L Z ad Z N sicut K T ad T Y, & existente puncto N inter Z L, erit per conuersionem rationis, existente vero Z inter L N, erit conuertendo, & componendo, & rursus conuertendo vt Z L ad L N hoc est vt Z ℞ ad P Q, dupla videlicet ad duplam, ita K T ad Y K, sed Z ℞ maior est quàm K T, vt demonstrauimus, ergo & P Q quàm Y K maior erit.

Postremo quoniã æqualia sunt rectangula P O Q Y A K, vtrunque enim æquale * est quadrato L O, vel quadrato A I, proportio- *36. Tertij*
nales erunt P O Y A A K O Q, sed P Q differentia extremarum *Le. 5. et 6*
ostensa est maior quàm Y K differentia mediarum, ergo altera extremarum ipsa videlicet P O maxima * erit, & consequenter maior *Lem. 10.*
quàm A K. Cum itaque P O maior sit quàm A K, minor autem quàm A F vt demonstrauimus, poterit à puncto A ad circumferentiam K F duci recta ipsi P O aggregato rectarum O N N L æqualis, quod ostendisse oportuit.

Lemma XXVIII.

Iam sit AI maior minore rectarum A F A K minor autem maiore, quod quidem accidit in nonnullis semicirculis se inuicem secantibus. Ostendendum est igitur, rectam ipsi P O siue differentiæ siue aggregato rectarũ O N N L æqualem, posse à puucto A ad circumferentiam K F duci, dummodo Z ℞ data non sit maior minore rectarum K T F C.

Iungantur G K K D, quibus parallelæ ducantur C Y Y X, secantes A K D A continuatas in punctis Y X, & à puncto A ad punctum sectionis semicir-



Lem.4. culorum, quod sit M, ducatur A M. Ergo * vt A G ad A C ita erit quadratum A K ad quadratum A M, sed vt A G ad A C ita est quadratum A K ad quadratum A I, ergo recta A M æqualis erit rectæ A I vel O L. Primum igitur fiat P O differentia rectarum O N N L, ea minor erit quàm L O hoc est quàm A M, reliquum igitur est vt ipsa P O ostendatur non minor minore rectarum A F A K id autem sic fiet.

Sit primum A F minor quàm A K. Quoniam igitur vt A G ad
Le.5.et 6 A C ita est L Z ad Z N ex constructione, & ita * F C ad C X, erit F C ad C X vt L Z ad Z N, & existente N inter Z L erit per conuersionem rationis, existente vero Z inter L N, erit conuertendo componendoque ac rursus conuertendo vt F C ad F X ita Z L ad L N, hoc est ita Z ℞ ad P Q, dupla videlicet ad duplam, sed F C maior est quàm Z ℞, vel ei æqualis, ponitur enim Z ℞ non maior minore rectarum K T F C, ergo & F X quàm P Q maior erit, vel ipsi P Q æqualis.

Le.5.et 6 Et quoniam rectangulum F A X æquale * est quadrato A I, proportionales erunt F A A I A X, sed F A minor est quàm A I, ponitur enim A I maior minore rectarum A F A K, hoc est maior quàm A F, ergo & A I minor erit quàm A X, vnde F A multo minor.

Et quoniam L O tangit circulum P L Q in L, rectangulum P O Q
Le.5.et 6 æquale erit quadrato L O, seu quadrato A I, cui quoque æquale * est & rectangulum F A X, ergo rectangulum F A X æquale erit rectangulo P O Q. Vt igitur F A ad P O ita erit O Q ad A X, sed F X differentia extremarum ostensa est maior quàm P Q differentia mediarum, vel ei æqualis, ergo si sit maior, altera extremarum F A X, hoc est ipsa F A, quæ ostensa est minor quàm A X, minima erit;
Lem.10. Vnde P O maior erit quam F A, hoc est maior minore rectarum A F A K. Si vero F X sit æqualis ipsi P Q, minor extremarum,
Lem.11. nempè A F, minori mediarum hoc est ipsi P O æqualis * erit.

Deinde sit A F maior quàm A K. Transponatur autem in semicirculis in quibus punctum A existit in base D F recta A K in cõtrarias partes, vt factum est in præcedentibus. Quoniam igitur vt
Le.5.et 6 A G ad A C ita est L Z ad Z N ex constructione, & ita * K T ad T Y, erit K T ad T Y vt L Z ad Z N, & conuertendo vt T Y ad K T ita Z N ad L Z, & existente pũcto Z inter L N, erit compo-

nendo

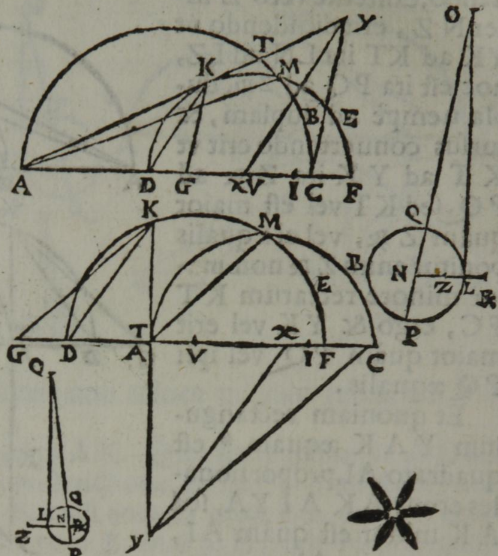
nendo, existente vero L inter N Z, erit diuidendo vt YK ad KT ita LN ad LZ, hoc est ita PQ ad Z℞, dupla nempè ad duplam, & rursus conuertendo erit vt K T ad Y K ita Z ℞ ad P Q, sed KT vel est maior quàm Z ℞, vel ei æqualis ponitur enim Z ℞ non maior minore rectarum K T F C, ergo & Y K vel erit maior quàm P Q, vel ipsi P Q æqualis.

Et quoniam rectangulum Y A K æquale * est quadrato AI, proportionales erunt A K A I YA, sed A K minor est quàm A I, ponitur enim AI maior minore rectarum A F AK, hoc est maior quàm AK, ergo & AI minor erit quàm A Y, & per consequens AK multo minor. *Le.5.et 6*

Et quoniam rectangulum P O Q æquale est quadrato L O tangentis circulum P L Q in L, seu quod idem est quadrato A I, cui quoque æquale * est & rectangulum Y A K, ipsa rectãgula Y A K *Le.5.et6* P O Q æqualia erũt, ac proinde proportionales Y A PO OQ A K, sed Y K differentia extremarum maior est vel æqualis ipsi P Q differentiæ mediarum vt demonstrauimus, ergo si sit maior, altera extremarum Y A A K hoc est ipsa A K quæ ostensa est minor quam A Y, minima * erit, vnde P O maior erit quam A K, hoc est maior *Lem.10.* minore rectarum A F A K. Si vero Y K differentia extremarum æqualis sit P Q differentiæ mediarum, minor extremarum, hoc est A K, minori mediarum ipsi videlicet P O æqualis * erit. Cum itaque *Lem.12.* P O differentia rectarum O N N L ostensa sit minor quam A M, & maior vel æqualis minori rectarum A F A K, poterit à puncto A ad circunferentiam K F duci recta linea ipsi P O æqualis, poterit enim duci ad eam circumferentiæ K F portionem quæ minore rectarum A F A K & ipsa A M intercipitur.

Sed

Sed fiat PO aggregatum rectarum ON NL. Erit igitur PO maior quã LO hoc est quã AM. Superest igitur vt ipsa PO sit minor maiore rectarum AF AK, vel ipsi maiori æqualis. Id autem sic demonstrabimus.



Sit primum AF maior quam AK. Quoniam igitur vt AG ad AC ita est LZ ad ZN ex constructio-

Le.5.et 6 ne, & ita *FC ad CX, erit vt FC ad CX ita LZ ad ZN, & conuertẽdo vt CX ad FC ita ZN ad ZL, & existente puncto Z inter LN erit componendo, existente vero L inter NZ, erit diuidendo vt FX ad FC ita LN ad LZ, hoc est ita PQ ad Z℞, dupla nempe ad duplam, & rursus conuertendo erit vt FC ad FX ita Z℞ ad PQ, sed FC maior est quàm Z℞ vel ei æqualis, ponitur enim Z℞ non maior minore rectarum KT FC, ergo & FX maior erit quàm PQ vel ipsi PQ æqualis.

Le.5.et 6 Et quoniam rectangulum FAX æquale *est quadrato AI, erit vt FA ad AI ita AI ad AX, sed FA maior est quam AI, ponitur enim AI minor maiore rectarum AF AK, hoc est minor quàm AF, ergo & AI maior erit quam AX, atque adeo AF multo maior.

Et quoniam æqualia sunt rectangula FAX POQ, vtrunque enim æquale est quadrato AI, vel LO, proportionales erunt FA PO OQ AX, sed FX differentia extremarũ ostensa est maior vel æqualis PQ differentiæ mediarum, ergo si sit maior, erit altera extremarum FA AX, ipsa videlicet FA maxima, *vnde PO minor erit

Lem.10. quam FA, hoc est minor maiore rectarum AF AK. Si vero FX sit æqualis PQ, maior extremarum, nempe AF, maiori mediarum,

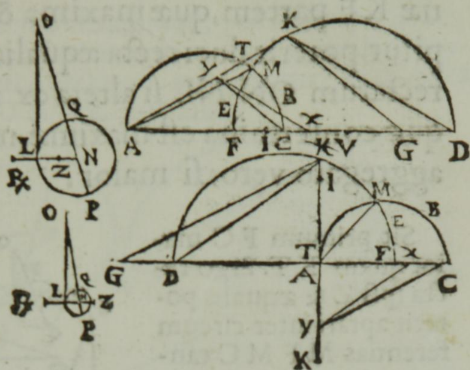
Lem.12. idest ipsi PO *æqualis erit.

Deinde sit AK maior quàm AF. Existente igitur puncto A in base DF, transponatur AK in contrarias partes vt factum est & prius. Quoniã igitur vt AG ad AC ita est LZ ad ZN ex constructione

Le.5.et 6 & ita *KT ad TY, erit KT ad TY vt LZ ad ZN, & existente puncto N inter ZL, erit per conuersionem rationis, existente vero Z inter LN, erit conuertendo & componendo, ac rursus conuertendo

vt

vt KT ad YK ita ZL ad LN, hoc eſt ita Z℞ ad PQ dupla nempe ad duplam, ſed KT vel eſt maior quam Z℞, vel ei ęqualis, ponitur enim Z℞ non maior minore rectarũ KT FC, ergo & YK erit vel maior q̃ PQ vel eidem PQ æqualis.



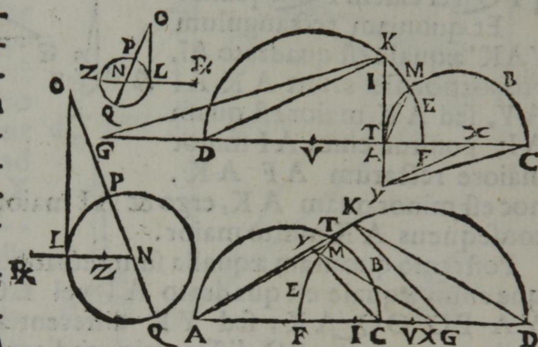
Et quoniam rectangulum YAK* æquale eſt quadrato AI, proportionales erunt AK AI AY, ſed AK maior eſt quam AI, ponitur enim AI minor maiore rectarum AF AK, hoc eſt minor quam AK, ergo & AI maior erit quam AY, & per conſequens AK multo maior. *Le.5.et 6*

Poſtremo quoniam æqualia ſunt rectangula YAK POQ vtrunque enim æquale eſt quadrato AI vel LO, erunt proportionales YA PO OQ AK, ſed YK differentia extremarum oſtenſa eſt maior aut æqualis PQ differenriæ mediarum, ergo ſi eſt maior, altera extremarum YA AK, hoc eſt ipſa AK erit * maxima, & conſequenter PO minor quam AK, id eſt minor maiore rectarum AF AK. Si vero YK differentia extremarum æqualis eſt PQ differentiæ mediarum, maior extremarum, hoc eſt AK maiori mediarum, ipſi videlicet PO,* æqualis erit. Cum igitur PO oſtenſa ſit maior quam AM, & minor vel æqualis maiori rectarum AF AK, poterit à puncto A ad circumferentiam KF duci recta ipſi PO aggregato rectarum ON NL æqualis, poterit enim duci ad eam circumferentiæ KF portionem quæ maiore rectarum AF AK & ipſa AM intercipitur. Conſtat igitur rectam ipſi PO, ſiue differentiæ, ſiue aggregato rectarum ON NL æqualem, poſſe à puncto A ad circumferentiam KF duci, quod erat demonſtrandum. *Lem.10.* *Lem.12.*

Lemma XXIX.

RVrſus ſit AI maior minore rectarum AF AK, minor autem maiore, ſed Z℞ data maior ſit minore rectarum KT FC. Manifeſtum eſt igitur rectam ipſi Z℞ æqualem poſſe aptari tantum inter circumferentias quæ puncto ſectionis & maxima intercipiuntur. Itaque oſtendendum eſt, quod à puncto A ad eam circumferen-

tiæ K F partem, quæ maxima & puncto sectionis intercipitur, poterit duci recta æqualis P O, differentiæ quidem rectarum O N N L si altera ex rectis A F A K, ea scilicet quæ contermina est maximæ, minor fuerit quàm reliqua, aggregato vero, si maior.



Sit primum F C maior quam K T. Ergo recta ipsi Z ℞ æqualis poterit aptari inter circumferentias M F M C tantum, hoc est inter circumferentias quæ maxima F C & puncto sectionis intercipiuntur.

Primum igitur sit A F (ea scilicet quæ contermina est maximæ F C) minor quam A K. Ergo ex iussu Lemmatis & præcepti quarti fiat P O differentia rectarum O N N L, ea minor erit quam L O, hoc est quam A M.

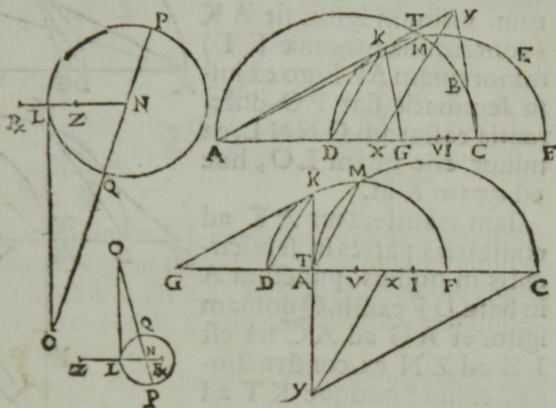
Conectantur autem G K K D, eisque parallelæ agantur C Y Y X secantes K A D A continuatas in punctis Y X. Quoniam igitur vt
Le. 5. et 6 A G ad A C ita est L Z ad Z N ex constructione, & ita * quoque F C ad C X, erit vt F C ad C X ita L Z ad Z N, & existente N inter Z L, erit per conuersionem rationis, existente vero Z inter L N, erit conuertendo & componendo & rursus conuertendo vt F C ad ad F X ita Z L ad L N, hoc est ita Z ℞ ad P Q, est enim eadem ratio dupli ad duplum quæ simpli ad simplum, sed F C cum sit maior quam K T, ac proinde omnium maxima, maior est quam Z ℞, ponitur enim Z ℞ minor maxima, ergo & F X quam P Q maior erit.

Le. 5. et 6 Et quoniam rectangulum F A X æquale * est quadrato A I proportionales erunt F A A I A X, sed F A minor est quam A I, ponitur enim A I maior minore rectarum A F A K, ergo & A I minor erit quam A X, & ideo F A multo minor.

36. Tertij Et quoniam rectangulum P O Q æquale * est quadrato L O, hoc
Le 5. et 6 est quadrato A I, cui quoque æquatur * & rectangulum F A X, æqualia erunt rectangula F A X P O Q, atque adeo proportionales F A P O O Q A X, sed F X differenria extremarum ostensa est maior quam P Q differentia mediarum, ergo altera extremarum *
Lem. 10. F A A X, hoc est ipsa F A quæ ostensa est minor quã A X, minima erit vnde P O maior erit quam A F. Cum itaquè P O maior sit quam

A F,

AF, & minor quam AM vt demonstrauimus, pot erit à puncto A ad circumferentiam MF (hoc est ad eam circumferentiæ KF partem, quæ maxima FC & puncto sectionis intercipitur) duci recta ipsi PO differentiæ rectarum ON NL æqualis.



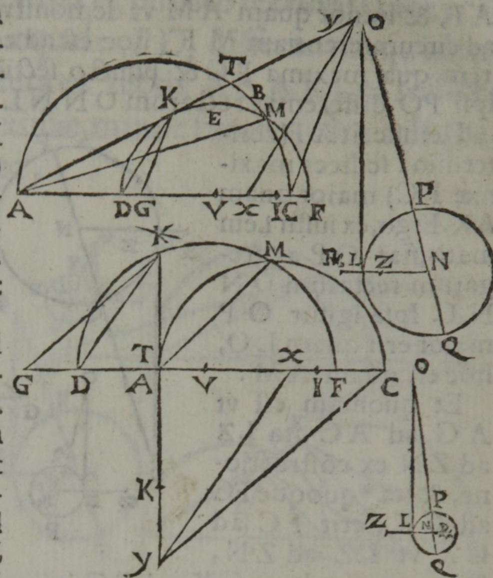
Deinde sit AF (contermina scilicet maximæ FC) maior quam AK. Ergo, ex iussu Lemmatis, fiat OP aggregatum rectarum ON NL. Ipsa igitur OP maior erit quam LO, hoc est quam AM.

Et quoniam est vt AG ad AC ita LZ ad ZN ex cõstructione, & ita * quoque FC Le.5.et 6 ad CX, erit FC ad CX vt LZ ad ZN, & conuertendo vt CX ad FC ita erit ZN ad ZL, & existente L inter NZ, erit diuidendo, existente vero Z inter LN, erit componendo vt FX ad FC ita LN ad LZ, hoc est ita PQ ad Z℞, dupla videlicet ad duplam, & rursus conuertendo erit vt FC ad FX ita Z℞ ad PQ, sed FC cum sit omnium maxima, maior est quam Z℞, quæ ex determinatione ponitur minor maxima, ergo & FX maior erit quam PQ.

Et quoniam rectangulum FAX æquale * est quadrato AI, pro- Le.5.et 6 portionales erunt FA AI AX, sed FA maior est quàm AI, ponitur enim AI minor maiore rectarum AF AK, ergo & AI maior erit quàm AX, & per consequens FA multo maior.

Sed quoniam æqualia sunt rectangula FAX POQ, vtrunque enim eorum æquale est quadrato AI, seu quadrato LO, proportionales erunt FA PO OQ AX, sed FX differentia extremarum ostensa est maior quam PQ differentia mediarum, ergo altera extremarum * FA AX, id est ipsa FA, quæ ostensa est ma- Lem. 10. ior quàm AX, maxima erit, per consequens igitur PO minor erit quàm AF. Cum itaque PO minor sit quàm AF, & maior quàm AM, vt est ostensum, poterit à puncto A ad circumferentiam MF (id est ad partem circumferentiæ KF quæ maxima & puncto sectionis intercipitur) duci recta ipsi PO aggregato rectarum ON NL æqualis.

Sed sit KT maior quàm FC. Ergo recta ipsi Z℞ æqualis poterit aptari intercircumferentias MK MT tantum. Primum igitur sit AK (contermina maximæ KT) minor quàm AF. Ergo ex iussu lemmatis fiat PO differentia rectarum ON NL, ea minor erit quam LO, hoc est quam AM.



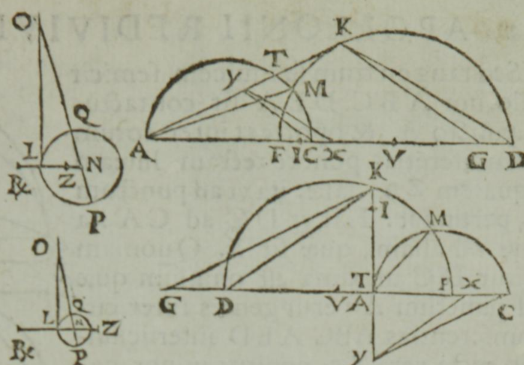
Iam transferatur AK ad contrarias partes in semicirculis in quibus punctum A in base DF existit. Quoniam igitur vt AG ad AC ita est LZ ad ZN ex constructione, & ita * quoque KT ad TY, erit KT ad TY vt LZ ad ZN, & conuertendo vt TY ad KT ita ZN ad ZL, & existente Z inter LN, erit componendo, existente vero L inter NZ, erit diuidendo vt YK ad KT ita LN ad LZ, hoc est ita PQ ad Z℞, dupla videlicet ad duplã, & rursus conuertendo erit vt KT ad YK ità Z℞ ad PQ, sed KT, cum sit maior quàm FC, & ideo omnium maxima, maior est quàm Z℞, ponitur enim Z℞ minor maxima, ergo & YK maior erit quam PQ.

Le.5.et 6 (margin, beside "ne, & ita * quoque KT ad")

Le.5.et 6 Et quoniam rectangulum YAK æquale * est quadrato AI, proportionales erunt AK AI YA, sed AK minor est quam AI, ponitur enim AI maior minore rectarum AF AK, ergo & AI minor erit quam AY, & consequenter AK multo minor.

Sed quoniam rectangulum POQ æquale est quadrato LO, seu
36.Tertij quadrato AI, cui quoque æquale * est & rectangulum YAK, æqua-
Le.5.et 6 lia erunt rectangula YAK POQ, ac proinde proportionales YA PO OQ AK, sed YK differentia extremarum ostensa est maior
Lem.10. quam PQ differentia mediarum, ergo altera extremarnm * YA AK, ipsa nempe AK (quam demonstrauimus minorem esse quam AY) minima erit, vnde PO maior erit quam AK. Cum igitur PO maior sit quam AK, & minor quam AM vt demonstrauimus, poterit à puncto A ad circumferentiam MK (hoc est ad circumferentiæ KF partem, quæ maxima KT, & puncto sectionis M intercipitur) duci recta ipsi PO differentiæ rectarum ON NL æqualis.

Deinde sit AK (contermina maximæ KT) maior quam AF. Ergo ex iussu Lemmatis fiat PO aggregatum rectarum ON NL. Erit igitur PO maior quam LO, hoc est quam AM.



Et quoniam est vt AG ad AC ita LZ ad ZN, & ita KT ad TY, erit KT ad TY vt LZ ad ZN, & existente N inter Z L, erit per conuersionem rationis, existente vero Z inter L N, erit conuertendo & componendo ac rursus conuertendo vt KT ad YK ita ZL ad LN, hoc est ita ZR ad PQ, dupla nempè ad duplam, sed KT ostensa est maior quàm ZR, ergo & YK quàm PQ maior erit. *Le.5.et 6*

Et quoniam rectangulum YAK* æquale est quadrato AI, proportionales erunt AK AI YA, sed AK maior est quàm AI, ponitur enim AI minor maiore rectarum AF AK, ergo & AI maior erit quàm YA, atque adeò AK multo maior. *Le.5.et 6*

Denique quoniam rectangulũ POQ æquale* est quadrato LO, seu AI, cui quoq; æquatur* & rectangulũ YAK, æqualia erunt rectãgula YAK POQ ideoq; proportionales YA PO OQ AK, sed YK differentia extremarum ostensa est maior quàm PQ differentia mediarum, ergo altera extremarum* YA AK, ipsa nempè AK, (quæ ostensa est maior quàm YA) maxima erit, vnde PO minor erit, quàm AK. Cum igitur PO minor sit quàm AK, & maior quàm AM vt est demonstratum, poterit à puncto A ad circumferentiam MK, (hoc est ad circumferentiæ KF partem quæ maxima KT, & puncto sectionis M intercipitur) duci recta ipsi PO aggregato rectarum ON NL æqualis. Quare constat propositum. *36.Tertij* *Le.5.et 6* *Lem.10.*

Sequitur tertia, seu vltima pars constructionis Problematis.

Sed tangentium ſe inuicem ſemicirculorum ABC DEA ſit contactus in puncto A, & oporteat inter eorum circumferẽtias ponere rectam lineam æqualem Z℞ datæ, ita vt ad punctum A pertingat. Fiat vt DC ad CA ita Z℞ ad aliam, quæ ſit X. Quoniam igitur DC maxima eſt omnium quæ ad punctum A pertingentes inter circumferentias ABC AED interijciuntur, recta vera Z℞ ponitur minor maxima, erit DC maior quàm Z℞, id eſt prima quatuor proportionalium maior quàm tertia, ergo & ſecunda CA maior erit quàm X quarta. Vnde in ſemicirculo ABC poterit aptari recta linea æqualis ipſi X. Aptetur ergo, eaque ſit AB, quæ producta ſecet circumferentiam AED in E, & iungantur BC ED. Anguli igitur ABC AED in ſemicirculis recti erunt, & ideo æquales, ac proinde parallelæ BC ED; quare in prima figura, vt AC ad CD ita erit AB ad BE.

Et quoniam eſt vt DC ad CA ita Z℞ ad X ex conſtructione, erit conuertendo vt AC ad CD ita X hoc eſt AB ad Z℞, ſed vt AC ad CD ita oſtenſa eſt AB ad BE, ergo BE æqualis erit Z℞.

In ſecunda vero Figura, cum ſint æquales anguli ABC AED, vt demonſtrauimus, & æquales quoque anguli ad A qui ſunt ad verticem, ſimilia erunt triangula ABC AED. Vt igitur DA ad AC ita erit EA ad AB, & componendo vt DC ad CA ita EB ad BA, hoc eſt ad X, ſed vt DC ad CA ita eſt quoque Z℞ ad X ex conſtructione, ergo EB æqualis erit Z℞ datæ. Poſita eſt igitur inter circumferentias ſemicirculorum ABC DEA recta linea EB, eaque ad punctum A pertingit, quod erat faciendum.

FINIS.

Pag.5. lin.vlt. AH scribe AK
Pag.6. lin.10. ad AG scribe ad AC
Pag.7. lin.24. Aequæ scribe Aequè
Pag.9. lin.13. ita etit scribe erit
Pag.11. figuræ Lemmatis VIII. positę sunt præpostero ordine. Itaque ea quæ posterior est intelligatur prior.
Pag.12. lin.26. & FD scribe & FB
Pag.19. lin.5. & consequenter maior scribe minor
Pag.21. lin.19. & AF minor scribe maior
Pag.ead.lin.20. AS, minor scribe AQ, maior
Pag.& lin.ead.multo minor scribe multo maior
Pag.30. in quarta figura littera S quæ est in linea TA producta scribenda est Y
Pag.32. lin.24. sitque scribe sintque
Pag.39. lin.23. minor * quam scribe minor quam
Pag.41. lin.17. & per consequens maior scribe minor
Pag.ead.lin.24. quam AE scribe AF
Pag.ead.lin.26. & AF minor erit quam AS & AE multo minor, atque minor & AN scribe & AF maior erit quam AQ, & AE multo maior, atque maior & AN
Pag.ead.lin.36. quam EA scribe quam ea
Pag.ead.lin.39. AF AK scribe AF AK vt in sequentibus figuris
Pag.42. lin.32. SE ad EB scribe ità SE ad EB
Pag.43. lin.27. qnam AK scribe AQ
Pag.ead.lin.37. Aequę scribe Aequè
Pag.45. lin.12. æqualis AN scribe AH
In quinta figura Lemmatis XX littera K infera fiat R
Similiter in quinta figura earum quæ respiciunt pag.46. littera K infera fiat R
Pag.50. lin.penult. ANQ scribe NAQ
Pag.51. lin.6. vt EB BS scribe vt EB ad BS
Pag.52. lin.vlt. in N scribe in H
Pag.53. lin.5. LG scribe Lb
In figuris ad primam & secundam partem Lemmatis XXI. pertinentibus in quibus geminata est linea AK, dele eam quæ est extra semicirculum DEF & cęsuram litterę K rade
Pag.60. lin.19. Aequæ scribe Aequè
Pag.72. lin.23. ernnt scribe erunt
Inter pag.74. & 75. in figuris ad secundam partem Problematis pertinentibus in quibus punctum A existit in base semicirculi DF deest littera T excepto in figura septima. Itaque scribe eam iuxta litteram A vt punctum T idem sit quod A prout est in figura septima.
Pag.79. in figuris in quibus punctum A existit in base DF scribe litteram T vbi deest ita vt punctum T idem sit quod punctum A.
Pag.80. in linea AK figuræ primæ vbi secat semicirculum AC scribe litteram T
Pag.ead. in linea KA producta secundæ figuræ scribe litteram Y quia deest
Pag.ead. lin. antepenult. quam AF scribe AY
Pag.82. litteram K quæ est in circumferentia DEF figuræ secundæ incide, prout incisæ sunt & aliæ subtus
Pag.84. lin.34. FAX scribe FA AX
Pag.91. in secunda figura trăsfer lineam AK ad contrarias partes, & litteram K quæ est incircumferentia DEF incide
Pag.ead.lin.22. mnlto scribe multo


Restauro del Libro
Badia
di
Cava